Tema 6: Comportamiento estratégico

1 Introducción

Un **Juego** es un **problema de competencia o interacción incierta entre dos o más agentes**. La **Teoría de Juegos** es una fascinante aplicación que combina matemática pura y psicología para desarrollar modelos matemáticos simplificadores de problemas complejos de competencia o forma similar de interacción incierta entre dos o más agentes; a tales problemas les ponemos la etiqueta de "juegos". Resultado de la utilización de estos modelos de simplificación son los criterios de decisión que optimizan la posición de un agente en un juego, es decir, elevan la probabilidad de éxito (disminuyen el riesgo de fracaso) del agente respecto al logro de sus intereses. La Teoría de Juegos debe predecir cuál será el resultado cierto o el resultado más probable de una disputa entre dos individuos. Fue elaborada por el matemático John von Neumann y el economista Oskar Morgenstern (*The Theory of Games and Economic Behaviour*, 1944), aunque el impulso definitivo se la dio el matemático John F. Nash en 1950 con la caracterización del concepto del equilibrio que lleva su nombre.

2 Tipos de juegos no cooperativos

2.1 Con decisiones simultáneas o secuénciales

2.2 Con información perfecta e imperfecta

Se dice que un juego es con información perfecta cuando todos los jugadores conocen todos los movimientos anteriores a uno cualquiera. Cuando no ocurre esto el juego es de información incompleta. Se da, por tanto, la circunstancia trivial de que los juegos simultáneos son de información incompleta.

3 Juegos en forma normal o estratégica

Un juego en forma normal es un juego con decisiones simultáneas que está caracterizado por el número de jugadores N; el conjunto de estrategias de cada uno de ellos S_i, $i = 1, 2,\dots, N$, donde $s_i \in S_i$ es una estrategia pura de dicho conjunto; y los pagos de cada jugador π_i, que dependen de las estrategias que tomen todos los jugadores, es decir

$$\pi_i : S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n \to R.$$

3.1 Representación de un juego en forma normal o estratégica

La representación de un juego de este tipo es muy sencilla, veamos un ejemplo, sea un juego donde $N = 2$, tal que S_1 = {X,Y,Z} y S_2 = {A,B,C}, entonces los pagos de cada jugador se pueden representar mediante una matriz del tipo

	A	B	C
X	2 , 2	1 , 0	0 , 3
Y	4 , 4	7 , 2	6 , 1
Z	3 , 5	2 , 6	8 , 3

Donde, por convención, las estrategias del jugador 1 son las de la columna izquierda y las del jugador 2 las de la fila superior. Cada casilla de la matriz contiene dos números, el primero es el pago del jugador 1 y el segundo en del 2. Finalmente decir que un juego en forma normal es simultáneo por lo que, como se ha dicho antes, se trata de un juego con información imperfecta.

3.2 ¿Cómo se soluciona un juego en forma normal?

A partir de ahora, sin pérdida de generalidad supondremos juegos de dos individuos optimizadotes, esto es, individuos que buscarán obtener el máximo pago. Este comportamiento es además llamado racional. Por tanto la racionalidad en teoría de juegos está asociada con optimalidad. Además un requerimiento adicional de cualquier solución de este tipo de juegos es el *conocimiento común de racionalidad*. Este requerimiento implica que:

1. Los jugadores 1 y 2 son racionales
2. Los jugadores 1 y 2 creen que ambos son racionales
3. Los jugadores 1 y 2 creen que ambos creen que son racionales
4. Los jugadores 1 y 2 creen que ambos creen que ambos creen que son racionales
5. etcétera

3.2.1 Dominancia y dominancia iterativa

Considérese el juego normal ejemplificado en el punto 3.1. Observamos que, sea cual sea la estrategia del individuo 2, al jugador 1 las estrategias Y y Z le reportan mayores pagos que la estrategia X. Por ello decimos que *la estrategia* X *está dominada para el jugador* 1. En virtud del supuesto de *conocimiento común de racionalidad* el jugador 2 descartará que 1 vaya a jugar X. Por lo que dicha posibilidad puede ser descartada en cuyo caso la matriz de pagos se reduce a

	A	B	C
Y	4 , 4	7 , 2	6 , 1
Z	3 , 5	2 , 6	8 , 3

En este nuevo matriz de pagos el jugador 2 tiene una estrategia dominada, la C. Cuyos pagos son uniformemente menores que los que le brindan las estrategias A y B, por tanto dicha estrategia puede ser eliminada quedando la matriz de pagos

	A	B
Y	4 , 4	7 , 2
Z	3 , 5	2 , 6

Ahora es de nuevo 1 quien tiene una estrategia dominada, la Z, por lo que

	A	B
Y	4 , 4	7 , 2

En este caso la mejor decisión de 2 es A, por lo que la solución del juego es {(Y, A)} y se lee “*1 juega* Y, *2 juega* A”. Por consiguiente,

Definición: La estrategia $s_d \in S_i$ del jugador i está dominada si $\exists s_i \in S_i$ tal que $\forall s_{-i} \in S_{-i}$ $\pi_i(s_i, s_{-i}) > \pi_i(s_d, s_{-i})$.

3.2.2 El equilibrio de Nash en estrategias puras

A pesar de que el concepto de dominancia resulta muy sencillo de aplicar hay muchos casos en los cuales no es posible encontrar una estrategia dominada. Un ejemplo de esto lo podemos ver en el siguiente juego bipersonal

	A	B	C
X	0, 4	4, 2	5, 3
Y	4 , 0	0, 4	5, 3
Z	3 , 5	3, 5	6, 6

Que como vemos no tiene ninguna estrategia dominada para ningún jugador.
Por tanto hemos de obtener un concepto de solución mucho más robusto que la mera dominancia. La solución más general para juegos cooperativos la formuló Jonh F. Nash en 1950 y consiste en la aplicación del conocido como teorema del punto fijo a un juego. En síntesis, el equilibrio de Nash consiste en obtener una estrategia óptima para cada jugador tal que ningún jugador se beneficia cambiando su estrategia mientras los otros no cambien la suya. Es decir un equilibrio de Nash es **un perfil de estrategias** (una estrategia para cada jugador) que son mejores respuestas entre si, por tanto:

Definición: El perfil de estrategias $s^* \equiv (s_1^*, s_2^*, ..., s_N^*)$ donde $s_i^* \in S_i$ es un equilibrio de Nash en estrategias puras (ENEP en adelante) si $\forall s_i \in S_i$ con $i = 1,2,...,N$ $\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) > \pi_i(s_i, s_{-i}^*)$.

Utilizando la última matriz de pagos veamos cómo se calcula: Empezando por el jugador 2, si éste juega A, la mejor respuesta de 1 será jugar Y, en cuyo caso la mejor respuesta de 2 es B, en cuyo caso la mejor respuesta de 1 es X, en cuyo caso la mejor respuesta de 2 es A y volveríamos a entrar en el ciclo. Por tanto ninguno de estos pares es equilibrio de Nash. Siguiendo el mismo procedimiento vemos que tampoco decir B para 2 es equilibrio de Nash. Finalmente si 2 dice C, la mejor respuesta de 1 es decir Z, en cuto caso, la mejor respuesta de 2 es decir C. Hemos encontrado un par de estrategias que son la mejor respuesta a cada una de ellas de forma simultánea. Por tanto {(Z, C)} es un equilibrio de Nash en estrategias puras para el juego descrito.
Finalmente decir que un equilibrio en estrategias dominadas es un equilibrio de Nash.

4 Las no-propiedades del equilibrio de Nash (tres juegos paradigmáticos)

4. 1 El equilibrio de Nash no es Pareto eficiente en general

La demostración es el llamado Dilema del Prisionero (Tucker, 1950) uno de los paradigmas modernos de las Ciencias Sociales.

	Colaborar	No colaborar
Colaborar	2 , 2	0 , 3
No colaborar	3 , 0	1 , 1

Vemos que ENEP = {(No colaborar, No colaborar)}. Como vemos el par {No colaborar, No colaborar} Pareto-domina al ENEP.

4.2 El equilibrio de Nash en estrategias puras no es único en general

La demostración es el llamado juego de la Batalla de los Sexos, es el juego caracteriza problemas de coordinación

	Cine	Deportes
Cine	3 , 2	0 , 1
Deportes	1 , 0	2 , 3

Vemos que ENEP = {(Cine, Cine), (Deportes, Deportes)}.

4.3 El equilibrio de Nash en estrategias puras no existe en general

La demostración es el llamado juego de Pares y Nones, es el juego caracteriza problemas de descoordinación. Para nuestra matriz el jugador 1 siempre dice par y el 2 siempre dice nones

	Pares	Nones
Pares	1 , -1	-1 , 1
Nones	-1 , 1	1 , -1

Vemos que, en este caso, el ENEP no existe.

5 El equilibrio de Nash en estrategias mixtas

Como acabamos de ver el ENEP tiene aspectos indeseables desde el punto de vista de su cálculo como la multiplicidad e, incluso, la inexistencia. Sin embargo, lo que realmente nos dicen estas “no-propiedades” es que, en ocasiones, la mejor estrategia es ser imprevisible. Piénsese en el problema estratégico que han de resolver el portero y el delantero rivales en el trance del lanzamiento de un penalti. Por tanto aquí la pregunta se convierte en hallar el grado de imprevisibilidad con el que jugamos nuestras estrategias para obtener el máximo provecho. Este, precisamente, será el concepto de **estrategias mixtas** que veremos en cursos más avanzados de microeconomía, junto con otro tipo de juegos como los secuenciales o los cooperativos. Aunque adelantando algo, podemos decir que una estrategia mixta es una mezcla de estrategias puras, que se obtiene dándole diversos pesos positivos y menores que uno, que suelen representar probabilidades, a cada una de las estrategias puras. Por ejemplo, en el caso del juego Pares y Nones de la sección 4.3, los jugadores maximizarían sus pagos jugando “Pares” con probabilidad ½ y “Nones” con probabilidad ½.