Microeconomía Superior I

Prof. Ramón J. Torregrosa[1]
Universidad de Salamanca

1 Introducción

En este tema analizaremos el problema de maximización de beneficio, lo que nos llevará al estudio de las propiedades de la función de beneficios y de la función de oferta. La posibilidad de tratar esta cuestión de forma dual nos conducirá al problema de minimización de costes, y el consiguiente análisis de las propiedades de la función de costes, así como de la función de demanda de factores condicionada al nivel de producción. La exposición del problema dual de la maximización de beneficios y la minimización del coste se realizará de forma análoga al problema de la maximización de la utilidad y la minimización del gasto estudiados en el tema 1.

2 La maximización de beneficios

En esta sección analizaremos el comportamiento de la empresa competitiva. Por tanto, asumiremos que la empresa tiene un comportamiento precio-aceptante, esto es que toma los precios de las mercancías $p = (p_1, p_2, ..., p_k) >> 0$, o bien, $p \in \mathbb{R}^k_{++}$, como dados y, por tanto, son independientes de sus planes de producción. En principio sólo bastará con suponer que, para cada empresa el conjunto de producción Y es cerrado, distinto de vacio y satisface la propiedad de disponibilidad gratuita. Sin embargo, como veremos de forma inmediata tendremos que hacer supuestos adicionales sobre el conjnto de producción, en particular, sobre los rendimientos a escala. Por tanto, dado un vector de producción $y \in \mathbb{R}^k$, y un vector de precios $p \in \mathbb{R}^k_{++}$, definimos el conjunto Isobeneficios como

$$\left\{ y \in \mathbb{R}^k : py = \pi^* \right\}.$$

Es decir, el conjunto de netpus que a los precios $p \in \mathbb{R}^k_{++}$ generan iguales beneficios. Nótese que este conjunto no es más que el hiperplano que representa la diferencia entre el ingreso total y el gasto total. En efecto, utilizando el caso de un conjunto de producción con un output simple

$$Y = \{(q, -z)/q - f(z) \leq 0\},$$

donde $q = f(z)$ es la función de producción convencional de la microeconomía intermedia, y llamando $p = (p, w) >> (0, 0)$ el vector de precios, el conjunto

[1] La elaboración de este material docente ha contado con la colaboración de Angel L. González Esteban, becario del Departamento de Economía e Historia Económica de la USAL curso 2008-2009.

Isobeneficios se puede expresar como

$$p\,y = \begin{pmatrix} p, & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ -z \end{pmatrix} = pq - wz,$$

que no es más que la diferencia entre el ingreso total y el gasto total expresada en forma vectorial. es decir

$$py = \sum_{j=1}^{k} p_j y_j = IT - CT.$$

Por consiguiente, a partir de aquí, el problema de la maximización de beneficios puede expresarse como:

$$\begin{cases} \underset{y}{Max}\, py \\ \text{s.a } y \in Y \end{cases}$$

o, alternativamente, siguiendo la notación en términos de función de transformación,

$$\begin{cases} \underset{y}{Max}\, py \\ \text{s.a } F(y) \leq 0 \end{cases} \tag{1}$$

Suponiendo diferenciabilidad de la función de transformación, la solución del problema (1) se obtiene maximizando el lagrangiano[2]

$$L(\,y, \lambda) = py - \lambda F(y) = \sum_{j=1}^{k} p_j y_j - \lambda F(y_1, ..., y_k)$$

Cuyas condiciones de primer orden son

$$p - \lambda \nabla_y F(y) = 0$$

o bien

$$\frac{\partial L}{\partial y_i} = 0 \Leftrightarrow p_i - \lambda \frac{\partial F}{\partial y_i} = 0\,; \quad i = 1, 2, ..., k$$

luego las condiciones de primer orden del problema se resumen en:

$$\begin{aligned} p &= \lambda \nabla_y F(y), \\ F(y) &= 0, \end{aligned} \tag{2}$$

más la *condición de participación*

$$py(p) \geq 0, \tag{3}$$

que quiere decir que la acción de producir sea menos costosa que la alternativa de no producir, cuyo coste asumimos como nulo. En términos graficos la solución $y(p)$ no es más que el plan de producción para el cual el vector normal de la

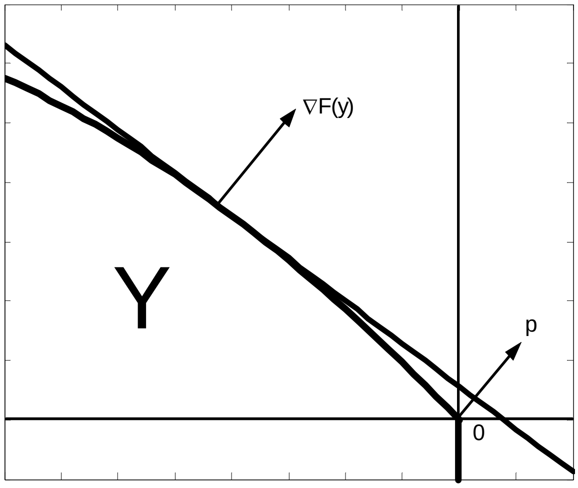

Figure 1: Maximización del beneficio con RENC

función objetivo, p (es decir el hiperplano $py = \pi$) ha de ser proporcional al gradiente del conjunto de producción en ese punto de modo que $\pi \geq 0$. La figura 6 ilustra la solución de este problema.

Como vemos esta caracterización de solución del problema de maximización de beneficios (1) requiere que la función de transformación sea diferenciable en ese punto. Una caracterización más general de dicha solución, que será muy útil en adelante, es la siguiente: $y(p)$ es solución del problema (1) sii

$$y(p) \,/\, p\, y(p) \geq p\, y \;\forall\, y \neq y(p).$$

Finalmente, llamaremos **Función de Beneficios** a la función objetivo de la empresa evaluada en el óptimo, esto es:

$$\pi(p) = p\, y(p).$$

Por tanto $\pi(p) \geq p\, y \quad \forall y \neq y(p)$.

2.1 Los redimientos a escala y la función de beneficios

Como acabamos de ver un productor competitivo maximiza los beneficios tomando los precios como dados. Este comportamiento viene caracterizado por las condiciones de primer orden y de factibilidad expuestas en (2). Además, de acuerdo

[2]Todas las fórmulas que se presentan en esta sección siguen tanto la notación vectorial como la convencional.

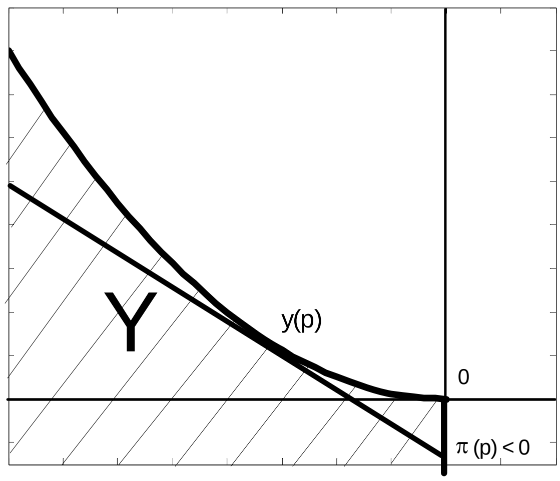

Figure 2: Beneficios negativos bajo REC

con la expresión (3), el resultado de esta elección tiene que ser compatible con los incentivos a producir. Esto es, ha de arrojar un beneficio no negativo. Como vemos en la figura 2 el cumplimiento de esta segunda condición está vinculado al tipo de rendimientos a escala que exhibe el conjunto de producción. En efecto, el conjunto de la figura 2 exhibe rendimientos crecientes lo que, junto con la conducta precio-aceptante, implica unos beneficios negativos. Por lo tanto, en estas condiciones hay una incompatibilidad entre la maximización competitiva (precio-aceptante) y los rendimientos crecientes.

Por consiguiente, el estudio del comportamiento maximizador de un productor competevo esta inextricablemente ligado al supuesto de RENC. De tal manera que los beneficios positivos apareceran en aquella zona en la cual el conjunto de producción exhiba rendimientos a escala decrecientes (RED). La figura 3 pone de manifiesto este hecho. En efecto el conjunto Y exhibe rendimientos a escala variables. Dado el vector de precios p hay dos vectores de netput, $y1(p)$ e $y2(p)$, que cumplen la condición (2), sin embargo sólo el vector de netput $y2(p)$ cumple la condición de beneficios no negativos dada por (3). Por tanto para los precios p la solución es $y2(p)$.

Ejercicio: Demuestre que el beneficio de un productor competitivo bajo RECTES es nulo.

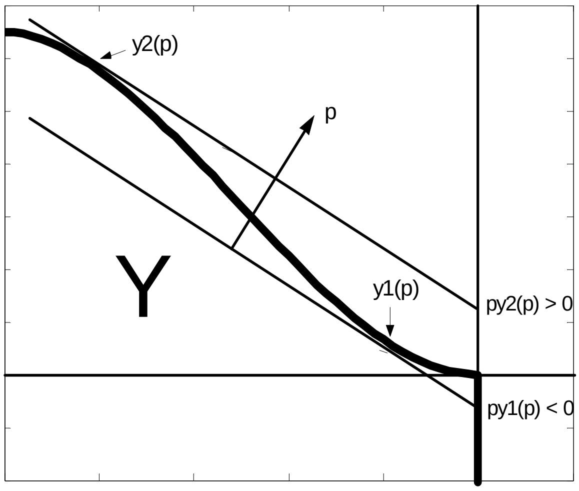

Figure 3:

2.2 Propiedades de la función de beneficios

1. $y(p)$ **es homogénea de grado 0, es decir** $y(\lambda p) = y(p)$.

Esta propiedad es trivial. Si multiplicamos los precios de todos los inputs por el mismo factor sus precios relativos no cambian y, por tanto, tampoco cambia la decisión óptima.

2. $\pi(p)$ **es homogénea de grado 1, es decir,** $\pi(\lambda p) = \lambda\pi(p)$

Dem: $\pi(\lambda p) = \lambda p y(\lambda p) = \lambda p y(p) = \lambda\pi(p)$

3.$\pi(p)$ **es convexa, es decir,** $\lambda\pi(p_0) + (1-\lambda)\pi(p_1) \geq \pi(\lambda p_0 + (1-\lambda)p_1)$

Dem: llamando $\lambda p_0 + (1-\lambda)p_1$ y siendo que $\pi(p_0) = p_0\, y(p_0) \geq p_0\, y$ $\forall\, y \neq y(p_0)$ y $\pi(p_1) = p_1\, y(p_1) \geq p_1\, y$ $\forall\, y \neq y(p_{1)}$

Multiplicando las dos expresiones anteriores por λ y por $(1-\lambda)$ $(0 \leq \lambda \leq 1)$ respectivamente, obtenemos

$$\begin{array}{rcl} \lambda\pi(p_0) & \geq & \lambda p_0\, y \\ (1-\lambda)\pi(p_1) & \geq & (1-\lambda)p_1 y \end{array}$$

sumandolas tendremos que

$$\lambda\pi(p_0) + \ (1-\lambda)\pi(p_1) \geq \lambda p_0 y + (1-\lambda)p_1 y.$$

sacando factor común y y suponiendo que es la combinación maximizadora del beneficio al precio $\lambda p_0 + (1-\lambda)p_1$ tenemos el resultado.

4. **Lema de Hotelling: si $\pi(p)$ es diferenciable, entonces, $\nabla_p \pi(p) = y(p)$, es decir**: $y_i(p) = \dfrac{\partial \pi(p)}{\partial p_i}$ $\forall\, i = 1, 2, ...k$.

Dem: Sea la función auxiliar,

$$g(p) = \pi(p) - p\, y(\hat{p}).$$

Esta función tiene dos propiedades inmediatas: (1) $g(\hat{p}) = 0$ y (2) $g(p) \geq 0$ $\forall p \neq \hat{p}$. Lo cual implica que $g(p)$ tiene un mínimo en $\hat{p}$. Suponiendo que es diferenciable entonces su gradiente en $\hat{p}$.ha de ser nulo, esto es $\nabla_p g(\hat{p}) = 0$. Por tanto, como $\nabla_p g(p) = \nabla_p \pi(p) - y(\hat{p})$

$$\nabla_p g(\hat{p}) = 0 \Leftrightarrow \nabla_p \pi(\hat{p}) = y(\hat{p}).$$

2.3 El input empresarial

En el ejercicio 7 del tema 3 se ha demostrado que para cualquier conjunto de producción $Y \subset \mathbb{R}^k$ que exhiba RENC y posibilidad de inactividad podemos encontrar un conjunto de producción de una dimensión superior $Y' \subset \mathbb{R}^{k+1}$ (debido a la absorción de un nuevo input llamado *empresarial*) que exhibe RECTES, para el cual el conjunto inicial Y se puede expresar como una "rebanada" del conjunto Y' para una unidad del input empresarial Esto es,

$$\begin{aligned} Y' &= \left\{ y' \in \mathbb{R}^{k+1} / y' = \alpha(y, -1), y \in Y, \alpha > 0 \right\}, \\ Y &= \left\{ y \in \mathbb{R}^{k} / (y, -1) \in Y' \right\}. \end{aligned}$$

Esto nos sirve para enunciar el siguiente teorema

Teorema de McKenzie

Si la combinación maximizadora de beneficios sobre el conjunto Y a los precios p es $y(p)$, la combinación maximizadora de beneficios sobre el conjunto Y' a los precios $(p, \pi(p))$ será $(y(p), -1)$. Además los beneficios obtenidos a los precios $(p, \pi(p))$ sobre el conjunto Y' serán nulos.

Demostración; Si $y(p) \in Y$ es la combinación maximizadora del benefico al precio p sobre el conjunto Y, se cumple que,

$$py(p) \geq py, \ \forall y \neq y(p).$$

Por otro lado, los beneficios que se obtienen a los precios $(p, \pi(p))$ para cada combinación $(y(p), -1) \in Y'$ vienen dados por

$$\Pi\left((p, \pi(p))\right) = (p, \pi(p)) \begin{pmatrix} y(p) \\ -1 \end{pmatrix} = py(p) - \pi(p).$$

De donde se deduce que $(y(p), -1)$ es la combinación maximizadora del beneficio al precio sobre el conjunto Y', debido a que,

$$(p, \pi(p)) \begin{pmatrix} y(p) \\ -1 \end{pmatrix} \geq (p, \pi(p)) \begin{pmatrix} y \\ -1 \end{pmatrix}, \forall y \neq y(p),$$

puesto que haciéndo el producto escalar

$$0 = py(p) - \pi(p) \geq py - \pi(p),$$

dado que $py(p) \geq py, \ \forall y \neq y(p)$.■

Es decir los beneficios que obtiene una empresa competitiva debida a la existencia de RENC no son más que el pago a una unidad de factor empresarial de una tecnología que posee RECTES. Nótese que con RECTES los beneficios son nulos puesto que los beneficios con RENC se están tratando como el precio de un factor, por tanto el teorema sugiere que el empresario como organizador del resto de los inputs en el proceso de producción no es más que un input más y que los beneficios no son más que el pago de una unidad de dicho factor empresarial.

3 La minimización del coste

Como hemos visto, una consecuencia inmediata del coportamiento maximizador de beneficios es que la empresa produce el maximo nivel de output para una combinación determinada de inputs. esto significa que la minimización del coste es una condición necesaria para la maximización del beneficio. Este hecho de por si justifica que estudiemos por separado el problema de la minimización del coste. Sin embargo, hay una razón adicional. El estudio independiente de este problema es interesante porque no sólo permite caracterizar el comportamiento de empresas competitivas como las que hemos estudiado en este tema sino que se puede extender a empresas cuyo comportamiento no sea competitivo respecto de sus outputs siempre que éstas sean precio-aceptante en el mercado de inputs. Otra de las razones que justifica el estudio de la minimización del coste es la de poder establecer una correspondencia entre los rendimientos a escala que exhibe una tecnología y la forma creciente o de creciente de la función de costes medios. Este último punto es muy relevante debido a que posiblemente la forma en que los economistas podemos observar ciertamente el tipo de rendimientos de una determinada tecnología sea precisamente a traves de los costes unitartios o medios.

En nuestro análisis consideraremos el caso de un único output. por tanto, llamando $z \in R^k$ al vector de inputs, $f(z)$ a la función de producción, q a la cantidad de output y $w \in R^k_+$ al vector de precios de los inputs. El problema de la minimización del coste puede expresarse como sigue:

$$\left\{ \begin{array}{c} \min \ wz \\ \text{s.a } \ f(z) \geq q \end{array} \right. \tag{4}$$

Sea $z(w,q)$ la solución de este problema que llamaremos *demanda de inputs condicionada al nivel de producción*, entonces la *función de costes* se definirá como $C(w,q) = wz(w,q)$. Esto es, la función objetivo del problema (4) evaluada en el optimo. Por tanto dicha función ha de cumplir que:

$$C(w,q) = wz(w,q) \leq wz \qquad \forall \ z \neq z(w,q). \tag{5}$$

Ejemplo 3.1: La función de costes para una tecnología Cobb Douglas $Y = \left\{(q,-z)/\, q - z_1^{\alpha} z_2^{\beta} \leq 0\right\}$

Tomando w_1, w_2 como los precios de los inputs 1 y 2 respectivamente, el lagrangiano del problema (4) para este caso es

$$L(z_1, z_2, \lambda) = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \lambda \left[q - z_1^{\alpha} z_2^{\beta}\right],$$

cuyas CPO son

$$\begin{aligned} w_1 - \lambda \alpha z_1^{\alpha-1} z_2^{\beta} &= 0 \\ w_2 - \lambda \beta z_1^{\alpha} z_2^{\beta-1} &= 0 \\ q - z_1^{\alpha} z_2^{\beta} &= 0 \end{aligned}$$

de donde obtenemos las demandas de inputs condicionadas al nivel de producción

$$\begin{aligned} z_1(w,q) &= \left[\frac{w_2}{w_1}\frac{\alpha}{\beta}\right]^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \\ z_2(w,q) &= \left[\frac{w_1}{w_2}\frac{\beta}{\alpha}\right]^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} q^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \end{aligned}$$

Por lo que la función de costes en este caso se puede expresar como

$$C(w,q) = \theta(w) q^{\frac{1}{\alpha+\beta}},$$

donde $\theta(w) = w_1 \left[\frac{w_2}{w_1}\frac{\alpha}{\beta}\right]^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + w_2 \left[\frac{w_1}{w_2}\frac{\beta}{\alpha}\right]^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$.

3.1 Propiedades de la función de costes

1) $C(w,q)$ es no decreciente en $w : C(w',q) \geq C(w,q) \forall w' \geq w$.

D: como $w' \geq w$ entonces $w'z(w',q) \geq wz(w',q)$ pero por (5) $wz(w',q) \geq wz(w,q)$ con lo que se obtiene el resultado.

2) $C(w,q)$ es homogénea de grado 1 en $w : C(tw,q) = tC(w,q), t > 0$.

D: supongamos que es falso, esto es que $C(tw,q) \neq tC(w,q)$. Sea $z(tw,q)$ la combinación minimizadora del coste a los precios tw. Es claro, en virtud de (5), que $twz(tw,q) \leq twz(w,q)$, pero simplificando $wz(tw,q) \leq wz(w,q)$ lo que es una contradicción, por lo que el enunciado es correcto.

3) $C(w,q)$ es cóncava en $w : C(\lambda w^0 + (1-\lambda)w^1, q) \geq \lambda C(w^0,q) + (1-\lambda)C(w^1,q)$

D: sea $w^2 = \lambda w^0 + (1-\lambda)w^1$ y $C(w^i,q) = w^i z(w^i,q)$ para $i = 0,1,2$, en particular

$C(w^2,q) = w^2 z(w^2,q) = \lambda w^0 z(w^2,q) + (1-\lambda)w^1 z(w^2,q) \geq \lambda C(w^0,q) + (1-\lambda)C(w^1,q)$ en virtud de (5).

4) Lema de Shephard

$$z(w,q) = \nabla_w C(w,q) \text{ o bien } z_j(w,q) = \frac{\partial C(w,q)}{\partial w_j}, j = 1,2,...,k.$$

D: definamos la función auxiliar

$$g(w) = C(w,q) - wz(w^*,q),$$

esta función cumple que $g(w^*) = 0$ y $g(w) < 0$ para $w \neq w^*$, luego $g(w)$ alcanza un máximo en w^* por lo que si $C(w,q)$ es diferenciable se cumple que

$$\frac{\partial g(w^*)}{\partial w_j} = \frac{\partial C(w^*,q)}{\partial w_j} - z_j(w^*,q) = 0.$$

3.2 Rendimientos a escala, coste medio y coste marginal

Como es sabido por cursos anteriores llamamos coste medio a

$$CMe(q) = \frac{C(w,q)}{q},$$

y, suponiendo que $C(w,q)$ es diferenciable en q, coste marginal será

$$CMg(q) = \frac{\partial C(w,q)}{\partial q}.$$

Hay una sencilla e importante relación entre estos conceptos que viene dada por la siguiente proposición

Proposición 3.2: *El coste marginal es mayor (menor) que el coste medio cuando éste es creciente (decreciente) y lo iguala cuando es mínimo.*

La demostración es muy sencilla, basta con derivar el coste medio respecto de q, esto es

$$\frac{\partial CMe(q)}{\partial q} = \frac{\frac{\partial C(w,q)}{\partial q} q - C(w,q)}{q^2} = \frac{1}{q}\left[CMg(q) - CMe(q)\right],$$

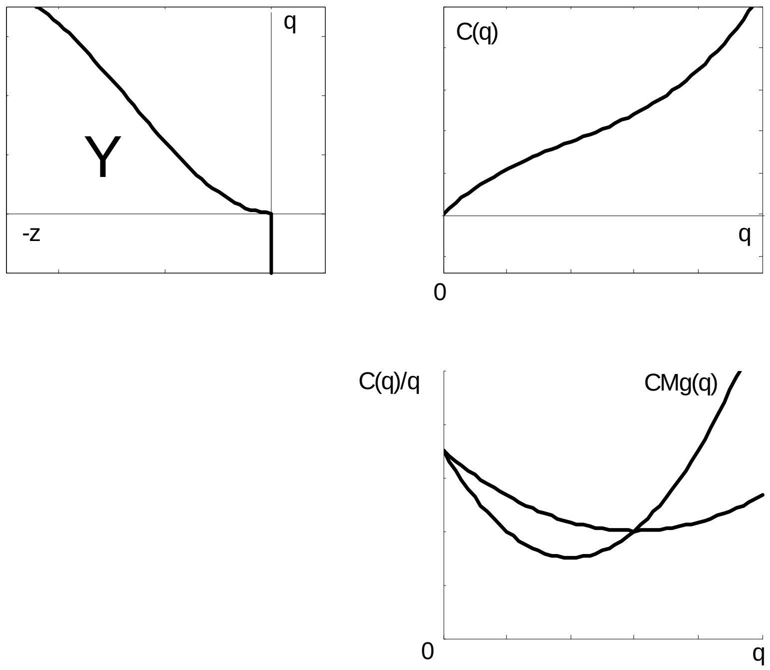

Figure 4:

por lo que

$$CMg(q) \gtreqless CMe(q) \iff \frac{\partial CMe(q)}{\partial q} \gtreqless 0.$$

La figura 4 nos muestra la relación entre la forma del conjunto de posibilidades de producción (que incluye implícitamente información acerca de sus rendimientos a escala) la función de costes y los costes medios y marginales. Como se puede ver, dado que la función de costes no es más que la inversa de la frontera de posibilidades de producción, la función de costes se obtiene girando 90^o a ésta sen el sentido de las agujas del reloj. Esto implica, de acuerdo con la proposición anterior, la forma de los costes medios y marginales. Para el conjunto de producción de la figura 4, que exhibe rendimientos variables, vemos que en el tramo donde éste exhibe REC el coste medio es decreciente y el coste marginal está por debajo del coste medio, mientras que para el tramo para el cual el conjunto de producción exhibe RED el coste medio es creciente y el coste marginal es mayor que éste.

Ejemplo 3.2: En el ejemplo 3.1 hemos visto la función de costes para una técnología Cobb-Douglas homogénea de grado $\alpha + \beta$. Para este caso, $CMe(q) =$

$\theta q^{\frac{1}{\alpha+\beta}-1}$ y $CMg(q) = \frac{1}{\alpha+\beta}\theta q^{\frac{1}{\alpha+\beta}-1}$. Es fácil ver que si dicha tecnología exhibe RED, esto es si $\alpha + \beta < 1$ entonces $CMg(q) > CMe(q)$ y, además, $CMe(q)$ es creciente. Analogamente se puede comprobar lo contrario en el caso de REC. Haga los cálculos y represente ambos casos.

3.3 La oferta de la empresa competitiva con producción simple

Finalmente vamos a obtener la función de oferta de output para el caso de producción simple a partir de las propiedades de los costes asociados a las tecnología. Esto nos servirá para establecer de una forma muy sencilla los tipos de rendimientos a escala compatibles con la competencia perfecta, cuestión que ya se mencionó en el epigrafe 2, pero que aquí adquiere una caracterización mucho más sencilla. Por tanto sea $C(q)$ la función de costes obtenida mediante el programa (4), tal que $C(0) = 0$. La función objetivo de la empresa en condiciones de competencia perfecta puede expresarse como:

$$\underset{q}{Max}\, pq - C(q)$$

cuya condición de primer orden es:

$$p - C'(q) = 0 \Rrightarrow q(p)$$

de tal forma que $q(p)$ es la cantidad maximizadora de beneficios. La función de beneficios se construye a partir de la cantidad obtenida al maximizar la función objetivo:

$$\pi(p) = p\, q(p) - C(q(p))$$

La condición de participación de la empresa competitiva en el mercado requiere que los beneficios que se obtengan por producir sean mayores que los que se obtengan por no hacerlo, que normalizamos a 0. Por tanto

$$\pi(p) \geq 0 \Leftrightarrow p\, q(p) - C(q(p)) \geq 0$$

$$p \geq \frac{C(q(p))}{q(p)} = CMe[q(p)]$$

luego la oferta de una empresa competitiva viene dada por:

$$q(p, w)/p = CMg \text{ tal que } CMg(w, q) \geq CMe(w, q).$$

Es decir la oferta de una empresa competitiva será el nivel de producción para el cual el coste marginal se iguale al precio por encima del coste medio. La figura 5 muestra este resultado para una tecnología de rendimientos variables

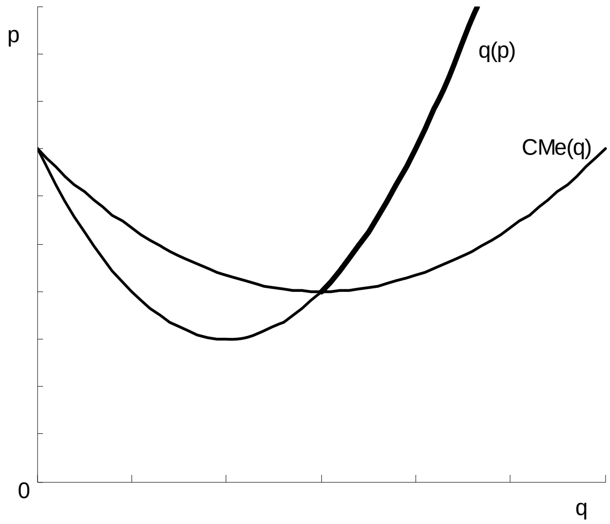

Figure 5:

Este resultado tiene importantes implicaciones en términos de rendimientos a escala. En efecto, de acuerdo con la proposición 3.2 vemos que el coste marginal es mayor que el coste medio en la parte en la que la tecnología exhibe RENC. Por consiguiente RENC es un requisito necesario para el comportamiento competitivo (precio-aceptante)

Ejercicios

1) Sea una empresa competitiva con función de coste $C(q)$ diferenciable y donde p es el precio del output, demostrar que

$$\frac{d\pi(p)}{dp} = q(p).$$

2) Representar las funciones de costes totales, medios, marginales, y la oferta competitiva asociados a una tecnología de producción simple en los siguientes casos:

a) Rendimientos Decrecientes
b) Rendimientos Constantes
c) Rendimientos Variables (Crecientes/Decrecientes)
d) Rendimientos crecientes
e) Costes fijos no hundidos
f) Costes fijos hundidos

4) Dado el conjunto de producción $\mathrm{Y}=\left\{(q,-z_1,-z_2):q-z_1^{\alpha}z_2^{\beta}\leq 0,z_i>0\right\}$ y el vector de precios (p,w_1,w_2), hallar:

a) La demanda condicionada de factores.

b) La función de costes, discutiendo su curvatura en relación al grado de homogeneidad $\alpha+\beta$.

c) La función de beneficios y la oferta de producto.

5) Dado el vector de precios (p,w_1,w_2), hallar la demanda de inputs, la función de costes (con costes medios y marginales), la oferta de output y la función de beneficios para la empresa competitiva cuyo conjunto de producción viene dado por:

$$Y=\{(q,-z_1,-z_2):q-\sqrt{\min\{2z_1,z_2\}}\leq 0,z_i>0,i=1,2\},$$

6) Repita el ejercicio anterior pero suponiendo que el conjunto de producción de la empresa es

$$Y=\{(q,-z_1,-z_2):q-\sqrt{z_1+z_2}\leq 0,z_i>0,i=1,2\}.$$

7) Obtenga la expresión de la función de beneficios en función de los precios de output e input (p,w) para el conjunto de producción $Y^A=\{(q,-z)/q-f(z)\leq 0\}$ que exhibe RENC y demuestre que $\pi(p,w)\geq p\,f(z)-wz \quad \forall\, z\neq z\,(p,w)$. Ahora demuestre que para el conjunto de producción $Y^B=\{(q,-z,-e)/q-F(z,e)\leq 0\}$, donde F es linealmente homogénea y e es el input implícito o empresarial de McKenzie, que $z\,(p,w)$ y $e=1$ maximizan los beneficios sobre el conjunto Y^B a los precios $(p,w,\pi(p,w))$.