La medición del cambio en el bienestar

Microeconomía Superior I
Prof. Ramón J. Torregrosa
Universidad de Salamanca

1 Introducción

Como sabemos de la microeconomía intermedia la variación en los precios de los bienes induce un cambio de la cantidad elegida por el consumidor que se puede descomponer en un efecto renta y un efecto sustitución. Estos conceptos nos permiten clasificar los bienes en bienes considerados como normales, inferiores o Giffen por un consumidor, y caracterizar las demandas marshalliana (precio) y hicksiana (compensada) para todos los casos, demostrando que si el bien es normal (inferior) la demanda marshalliana es más (menos) elástica que la hicksiana. Además nos permiten asegurar que, para todos los casos, la demanda hicksiana de un bien es decreciente con su precio. En otras palabras, el efecto sustitución es negativo. La explicación de esto se basa en las propiedades de la función de gasto. En efecto, en virtud del lema de Shephard la demanda hicksiana del bien j viene dada por

$$x_j(p,u) = \frac{\partial e(p,u)}{\partial p_j}, j = 1, 2, ..., k$$

por lo que derivando respecto de p_i

$$\frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_i} = \frac{\partial^2 e(p,u)}{\partial p_i \partial p_j}$$

que es una matriz semidefinida negativa puesto que, por la propiedad 3 de la función de gasto, ésta es cóncava. En particular los términos de la diagonal principal de esta matriz son negativos y por tanto

$$\frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_j} = \frac{\partial^2 e(p,u)}{\partial p_j^2} < 0.$$

2 La ecuación de Slutsky: ET= ES + ER

¿Cómo medir la demanda compensada?. Esta es la pregunta que quiere resolver la ecuación de Slutsky a partir de la información disponible sobre la conducta del consumidor. Dicha ecuación viene dada por:

$$\frac{\partial x_j(p,m)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_i} - \frac{\partial x_j(p,m)}{\partial m} x_i(p,m). \quad (1)$$

D: En virtud de las identidades duales en el óptimo

$$x_j(p,u) = x_j^m(p, e(p,u)),$$

derivando parcialmente respecto de p_i

$$\frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_j(p,m)}{\partial p_i} + \frac{\partial x_j(p,m)}{\partial m}\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i},$$

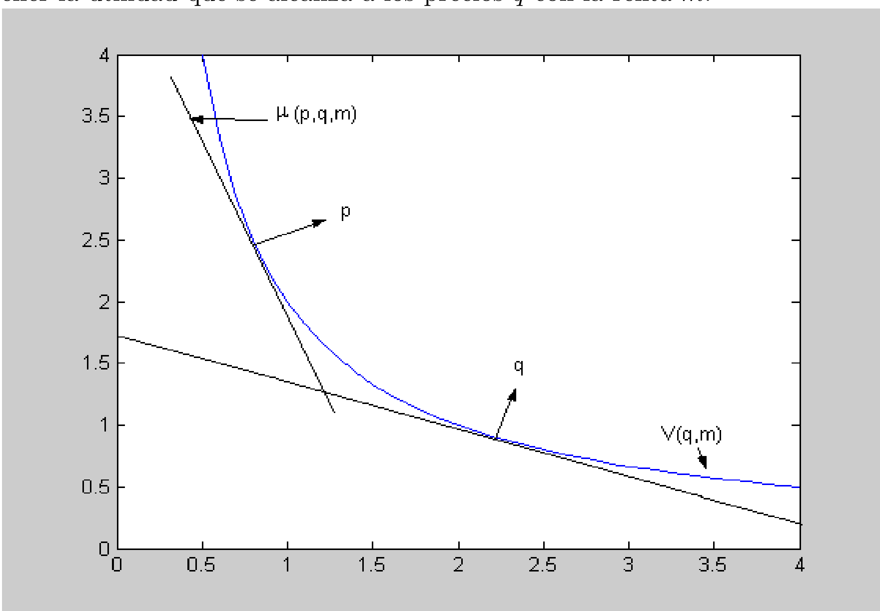
aplicando el lema de Shephard y despejando se obtiene el resultado.

Explicación intuitiva de la ecuación (1): El término de la izquierda es la variación en la demanda marshalliana (efecto total) de signo indeterminado. El primer término de la derecha es la variación en la demanda hicksiana (efecto sustitución) de signo negativo y el segundo término, es el efecto renta que aparece con un signo menos por que un incremento de precios supone una disminución en el conjunto factible: si el bien es normal el efecto renta es positivo por lo que el efecto total será negativo; si el bien es inferior el efecto renta es negativo por lo que el efecto total es negativo pero mayor que el efecto sustitución. Incluso, en el caso de que el efecto renta sea muy negativo aparece el fenómeno de los bienes de Giffen.

3 FIU métrica monetaria (FIUM)

$$\mu(p,q,m) = e(p, v(q,m)).$$

Cantidad de renta que un individuo tiene que tener a los precios p para poder obtener la utilidad que se alcanza a los precios q con la renta m.



Proposición: Si $p > q \to \mu(p, q, m) \geq m$ y viceversa

Ejemplo: Un individuo $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ y $m = 100$ si el precio de 1 sube un 21% ¿cuánto tendía que aumentar su renta para que no empeore?

4 Variación equivalente y compensatoria de Hicks (1939)

En esta sección analizaremos cómo varía el bienestar, medido en unidades de renta, de un consumidor que se enfrenta a una variación de precios.

Variación Compensatoria (VC):
Cuánta renta hay que dar o quitar a un consumidor para que a los precios finales disfrute del bienestar que tenía a los precios iniciales.

Inicialmente el consumidor con un nivel de renta m se enfrentaba a unos precios p obteniéndo un nivel de utilidad $V(p, m)$. La renta necesaria para que a los nuevos precios q disfrute del binestar del principio será $\mu(q, p, m) = e(q, V(p, m))$ por lo que la VC representa esa diferencia

$$VC = \mu(q, p, m) - m.$$

En la figura 2 se representa la VC para un aumento del precio del bien 1. Se observa que $VC > 0$ porque $q \geq p$.

Variación Equivalente (VE):
Cuánta renta hay que dar o quitar a un consumidor para que a los precios iniciales disfrute del bienestar que tenía a los precios finales.

Si los precios finales son q, el consumidor obtiene un nivel de bienestar $V(q, m)$ por tanto la cantidad de renta que debería tener para que a los precios iniciales p mantenga esta bienestar es $\mu(p, q, m) = e(p, V(q, m))$ por lo que la VE será

$$VE = m - \mu(p, q, m).$$

En la figura 3 se representa la Ve para un aumento del precio del bien 1. En este caso $VE \leq 0$ porque $q \geq p$.

Proposición: Si el precio del bien 1 varía de p_0 a p_1 $(p_0 < p_1)$

$$VC = \int_{p_0}^{p_1} x_1(p, V(p_0, m))dp \text{ y } VE = \int_{p_0}^{p_1} x_1(p, V(p_1, m))dp.$$

Demostración: Por definición

$$VC = \mu(p_1, p_0, m) - m = e(p_1, V(p_0, m)) - e(p_0, V(p_0, m)),$$

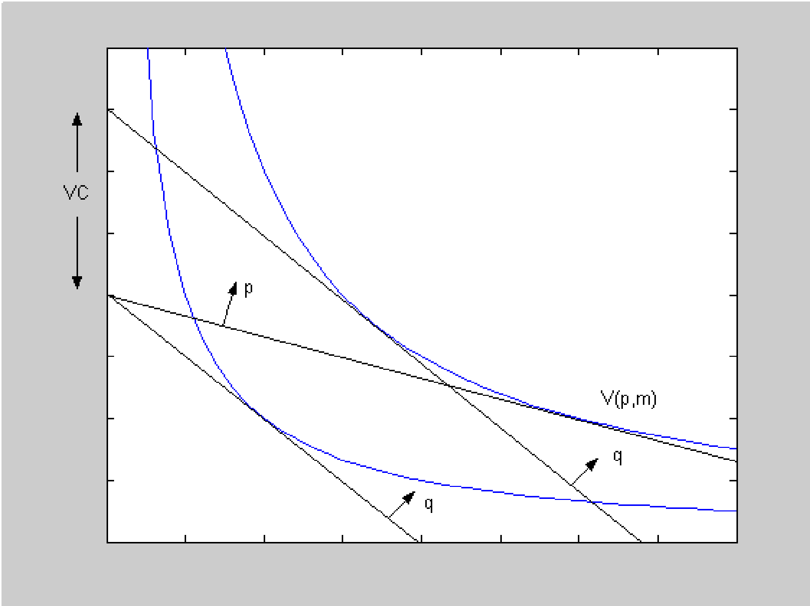


Figure 1: Variación Compensatoria para una subida en el precio del bien 1

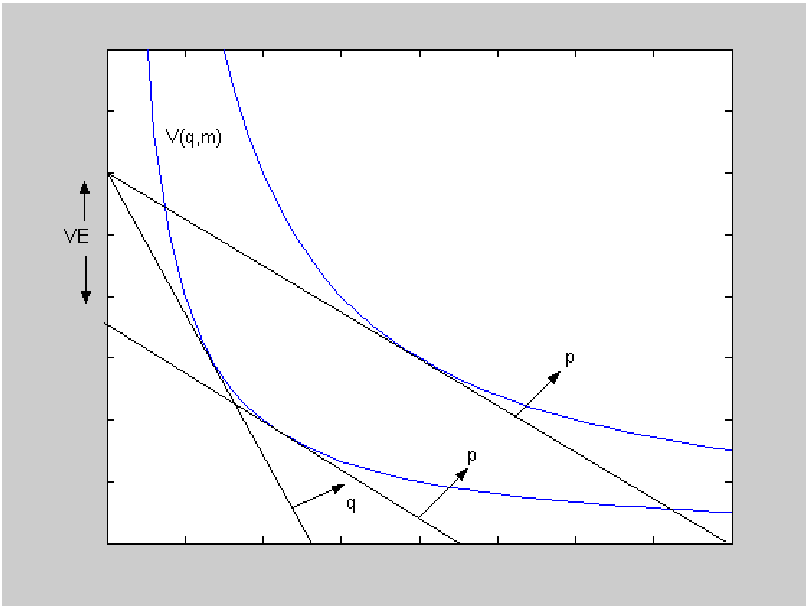


Figure 2: Variación Equivalente para una subida en el precio del bien 1

pero por el Lema de Shephard $x_1(p,u) = \partial e(p,u)/\partial p_1$ es decir $e(p,u)$ es la función primitiva de $x_1(p,u)$. Por tanto se obtiene el resultado. Para la VE es análogo $VE = m - \mu(p_0, p_1, m) = e(p_1, V(p_1, m)) - e(p_0, V(p_1, m))$ obteniendose el resultado.

5 Ejercicios

1) Demuestre para el caso de preferencias cuasilineales $u(x,y) = v(x) + y$ que:

A) Las demandas marshalliana y hicksiana para la mercancía x coinciden y, por tanto, su efecto renta es nulo (utilice la ecuación de Slutsky) ¿Qué tipo de bienes deberían ser considerados objeto de dichas preferencias?

B) La variación del Excedente Neto, la Variación Compensatoria y la Variación Equivalente coincíden

2) Un pensionista recibe una pensión mensual de $m = 100$ y posee unas preferencias respecto de la cantidad x de "servicios vacacionales " y la cantidad y del "resto de los bienes" dadas por $u(x,y) = \frac{1}{2}\ln x + \frac{1}{2}\ln y$. Si el precio de los servicios vacacionales aumenta en un 21%, ¿en cuánto debería aumentar su pensión para compensarlo por dicho incremento?. ¿A cuánta cantidad de renta estaría dispuesto a renunciar el pensionista para evirar que el precio de los servicios vacacionales aumente?

3) Las preferencias entre la cantidad x de "servicios de vivienda" y la cantidad y de "resto de los bienes" para Lorenza vienen representadas por la función de utilidad $u(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$. Lorenza vive y trabaja en Cuenca y ahora su empresa le propone un ascenso con un aumento de sueldo del 20%, pero con la condición de que se traslade a Valencia donde los alquileres (el precio de x) son un 25% más caros. Razonando en términos de la VC y la VE conteste a las siguientes cuestiones:

A) ¿En qué condición (de precios) le compensará a Lorenza aceptar el traslado?.

B) ¿A cuánto incremento salarial estaría dispuesta a renunciar Lorenza por quedarse en Cuenca?.

4) A Lucrecia su empresa le ha ofrecido un ascenso en Zamora. Si acepta le aumentarán el sueldo en un 20%. Se sabe que allí la vivienda le sale un 19% más barata que en Salamanca. Si las preferencias de Lucrecia entre los servicios de la vivienda "x" y la renta de Marshall "y" se pueden representar a través de la función $u(x,y) = xy$ (suponemos que Lucrecia es indiferente entre Salamanca y Zamora)¿Cuál será la compensación real de sueldo que la empresa le está ofreciendo a Lucrecia con el ascenso? Un año después de que Lucrecia aceptara el ascenso en Zamora le proponen de nuevo volver a Salamanca, ahora con el mismo rango que ocupa en Zamora (recuerde, en Zamora la vivienda le sale un 19% más barata que en Salamanca) ¿Qué aumento de sueldo le debería hacer ahora su empresa para que ha Lucrecia le volviera a compensar volver a Salamanca?

5) Represente las demandas hicksiana y marshalliana y calcule las Variaciones Compensatoria y Equivalente para los casos de bien normal, inferior y Giffen y comente las diferencias (NOTA: atribuya la variación de precios sólo al precio de dicha mercancía).