Los Bienes Públicos

Microeconomía Superior I. 4^o Económicas

Ramón J. Torregrosa

1 Introducción

Hasta ahora hemos modelizado economías en las cuales los bienes eran privados. Esto hacía fácil caracterizar un mercado en donde se determinara el valor de cada una de ellas y, consiguientemente, sus condiciones de eficiencia. Además esto nos daba la posibilidad asignar la propiedad de cada bien y factor y, por tanto, obtener el conocido primer teorema del bienestar. Sin embargo algunos bienes, servicios o insumos tienen aparecen en la economía de forma "gratuita" (lo que no quiere decir no costosa, si no que carecen de mercados para su intercambio). Ejemplo de esto son la recepción de emisiones de radio o televisión, las fiestas del pueblo, el alumbrado de las calles, la vigilancia de las carreteras, los derechos ciudadanos o la identidad nacional. En este tema examinamos los problemas de asignación y eficiencia que plantean este tipo de bienes.

2 Las características de los bienes públicos

Para estudiar los distintos tipos de bienes hemos de agruparlos en relación a la diferentes caracteríticas, éstas son:

Exclusión

Un bien es excluible si cuando está siendo consumido por un individuo es posible impedir que lo utilicen los demás.

Rivalidad

Un bien es rival cuando su consumo por parte de un individuo reduce su uso o disponibilidad por parte de los demás.

Estas dos características de los bienes nos llevan a la siguiente clasificación:

	Rival	No rival
Excluible	Bienes privados	Monopolios naturales
No Excluible	Recursos comunes	Bienes públicos

Por tanto un bien público es aquel que no es ni excluible ni rival.

3 La asignación eficiente de bien público

Sin pérdida de generalidad vamos a suponer una economía formada por un conjunto $I = \{1, 2, ..., n\}$ de consumidores, en la que hay un recurso primario inicial (trabajo, por ejemplo), que es el numerario, en manos de cada individuo. Sea $w_i \geq 0$ la cantidad de dicho recurso perteneciente al individuo i. Hay dos bienes producidos: uno privado cuyo consumo por parte del individio i se expresa como x_i y uno público cuya provisión se expresa como y. Cada individuo obtiene el nivel de utilidad $u_i(x_i, y)$ por el consumo de ambos bienes. La producción de los bienes absorbe respectivamente las cantidades $C\left(\sum_{i\in I} x_i\right)$ y $G(y)$ de recurso primario. En estas circunstancias el conjunto factible viene dado por

$$F = \left\{ \left(\{x_i\}_{i\in I}, y\right) : \sum_{i\in I} w_i \geq C\left(\sum_{i\in I} x_i\right) + G(y) \right\}.$$

Suponiendo una función de bienestar social W regular y diferenciable y que las funciones de utilidad de los individuos son también regulares y diferenciables, la asignación eficiente en el sentido de Pareto se puede obtener resolviendo el siguiente programa:

$$\max W\left[u_1(x_1, y), ..., u_j(x_j, y)..., u_n(x_n, y)\right] \text{ s. a. } \left(\{x_i\}_{i\in I}, y\right) \in F,$$

cuyo lagrangiano es

$$L\left(\{x_i\}_{i\in I}, y, \lambda\right) = W\left[\{u_i(x_i, y)\}_{i\in I}\right] + \lambda \left\{ \sum_{i\in I} w_i - C\left(\sum_{i\in I} x_i\right) - G(y) \right\},$$

cuyas CPO son

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial x_j} &= \frac{\partial W}{\partial u_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_j} - \lambda C' = 0, \text{ para } j = 1, 2, ..., n \\
\frac{\partial L}{\partial y} &= \frac{\partial W}{\partial u_1}\frac{\partial u_1}{\partial y} + ... + \frac{\partial W}{\partial u_n}\frac{\partial u_n}{\partial y} - \lambda G' = 0, \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= \sum_{i\in I} w_i - C\left(\sum_{i\in I} x_i\right) - G(y) = 0,
\end{aligned}$$

tenemos un sistema de $n + 2$ ecuaciones. De cada una de las n primeras obtenemos

$$\frac{\partial W}{\partial u_i}\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \lambda C',$$

que sustituyendo en la segunda y operando obtenemos la conocida como condición Lindahl-Bowen-Samuelson[1]

$$\sum_{i\in I} \frac{\partial u_i/\partial y}{\partial u_i/\partial x_i} = \frac{G'}{C'}, \tag{1}$$

[1] Samuelson, P. 1954. *The pure theory of public expenditures.* Review of Economics and Statistics 36: 387-389.

que caracteriza la eficiencia paretiana con bienes públicos y que se puede escribir también como

$$\sum_{i \in I} |RMS_i^{y,x}| = |RMT^{y,x}| .$$

Notese la diferencia entre esta condición de eficiencia y aquella que corresponde a una economía con bienes privados. Ahora la suma de las relaciones marginales de sustitución se iguala a la relación marginal de transformación. Es decir se trata de una asignación en la cual la cantidad del bien público es igual para todos mientras que las valoraciones son distintas; a diferencia de la condición paretiana para bienes privados donde todas las valoraciones son iguales mientras que las asignaciones son distintas. En otras palabras, la asignación eficiente de una economía de bienes privados se obtiene como la suma horizontal de las relaciones marginales de sustitución (igual RMS-distintas cantidades), mientras que en una economía de bienes privados se obtiene como la suma vertical de las relaciones marginales de sustitución (distintas RMS-igual cantidad)

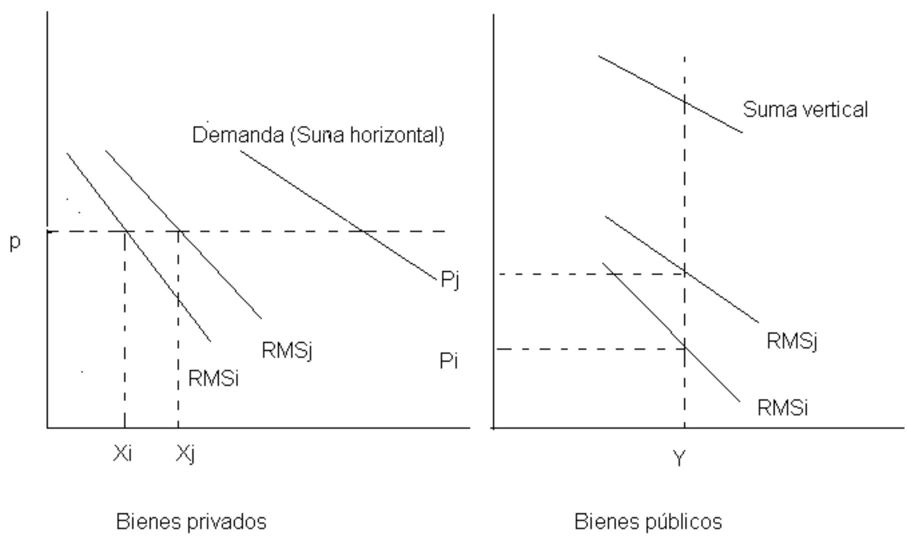

Figure 1:

4 El equilibrio de Lindahl (1919)[2]

De acuerdo con las condicones de eficiencia y conforme se observa en la figura 1, en la asignación Pareto-eficiente en una economía con bien público la cantidad de éste es igual mientras que sus valoraciones son distintas. Esta observación nos permite caracterizar la eficiencia como si fuera un equilibrio. Esto implica que, a diferencia de lo que pasa con el equilibrio walrasiano para economías con bienes privados, en este equilibrio cada individuo paga un *precio personalizado.* Está claro que semejante tipo de mecanismo de asignación es irreal, sin embargo, es útil conocer este procedimiento sobre todo en algunas aplicaciones. Por tanto un equilibrio de Lindahl es una colección $\left(\{x_i^*\}_{i\in I}, \{p_i^*\}_{i\in I}, y^*\right)$ tal que

$$\begin{aligned}
(x_i^*, p_i^*) &= \arg\max\{u_i(x_i, y) \text{ s. a. } qx_i + p_i y \leq w_i\}, \\
y^* &= \arg\max\left\{y\sum_{i\in I} p_i - G(y)\right\}, \\
x^* &= \arg\max\left\{qx - C(x),\ x = \sum_{i\in I} x_i\right\}, \\
\left(\{x_i^*\}_{i\in I}, y^*\right) &\in F.
\end{aligned}$$

En efecto, la primera condición implica que

$$\frac{\partial u_i/\partial y}{\partial u_i/\partial x_i} = \frac{p_i}{q},\ \text{para } i = 1, 2, ..., n,$$

la segunda y la tercera implican respectivamente que

$$\sum_{i\in I} p_i = G',\ q = C'.$$

Operando estas ecuaciones se obtiene la condición de eficiencia paretiana (1).

5 Asignación descentralizada de bien público: El equilibrio con suscripción

La manera más usual de asignar un bien público de forma descentralizada es mediante un equilibrio en el cual los individuos realizan aportaciones voluntarias (suscripciones) cuya suma financia la producción del bien público. Llamenos s_i a la suscripción del individuo i, éste resolverá el siguiente programa

$$\max_{x_i, s_i} u_i(x_i, y) \text{ s. a. } qx_i + s_i \leq w_i,\ i \in I,$$

[2] Una versión del artículo de Lindahl llamado *Just taxation, a positive solution* se puede encontrar en Richard Musgrave y Alan Peacock, editors, *Classics in the Theory of Pure Finances,* Macmillan, London, 1958.

donde las suscripciones cumplen que

$$\sum_{i \in I} s_i \geq G(y).$$

De la solución de estos programas restringidos a la condición de financiación se obtiene que la función de valor (FIU) de cada individuo en función de su suscripción s_i y la del resto de los individuos s_{-i}, se puede escribir como:

$$v_i(s_i, s_{-i}), \text{ con } 0 \leq s_i \leq w_i.$$

El equilibrio con suscripción no es más que el equilibrio de Nash del juego donde el conjunto de estrategias de cada individuo es $0 \leq s_i \leq w_i$ y los pagos vienen dados por $v_i(s_i, s_{-i})$. Esto es, el equilibrio con suscripción son los s_i^*, s_{-i}^* tal que

$$v_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq v_i(s_i, s_{-i}^*), \ \forall i \in I.$$

En general este equilibrio no es eficiente en el sentido de Pareto por razones obvias: una estrategia óptima es con frecuencia suscribir poco con la esperanza de que los demás corran con los gastos de lo que al fin y al cabo se va a disfrutar igual. Es decir, la suscripción da origen a lo que se conoce como *el problema del polizón* y en definitiva a una provisión baja de bien público.

6 Votaciones y bienes públicos: el equilibrio de Bowen

Visto que la provisión descentralizada de bienes públicos en general no provee a los individuos con las cantidades óptimas de éste ensayemos soluciones centralizadas. De hecho, este es el tipo de mecanismos que la sociedad utiliza para la provisión de bienes públicos y es otra de las razones que justifica, desde un punto de vista microeconómico, la intervención del sector público en la economía. Por tanto suponemos la existencia de un gobierno que provee un bien público a la sociedad y lo financia mediante impuestos. Sin embargo tendremos que hacer algún supuesto para justificar cómo dicho gobierno toma la decisión sobre cuánto bien público suministrar. Nosotros seguiremos el criterio propuesto por H. Bowen (1943)[3]. Éste supone que hay una conexión electoral entre el gobierno y las preferencias de los consumidores, de modo que la decisión acerca de cuánto bien público suministrar es aquella que elegiría el votante mediano. La lógica de este equilibrio se fundamenta en el famoso *Teorema del Votante Mediano*.[4] Formalicemos este equilibrio, sin pérdida de generalidad, supongamos un continuo de individuos diferenciados en su propensión a consumir el bien público.

[3]The interpretation of voting in the allocation resources. Quarterly Journal of Economics, 58: 27-48.

[4]Black, D. 1948. On the rationale of group-decision making. Downs, A. 1957. An Economic Theory of Democracy.

Esta propensión θ se distribuye de acuerdo con una función de densidad $f(\theta)$ en un determinado dominio Ω, siendo

$$F(\theta_{\max}) = \int_{\Omega} f(\theta) d\theta. \tag{2}$$

Supongamos además que la función de utilidad de cualquier individuo viene dada por

$$u(\theta, x, y) = x + v(\theta, y),\ v' > 0, v'' < 0.$$

Es decir se trata de una función de utilidad cuasilineal en las cantidades y de bien público. Cada individuo está dotado de una cantidad w de recursos iniciales primarios de la cual consume una cantidad x, dichos recursos son el numerario. Por tanto, llamando T a los impuestos, la restricción presupuestaria del individuo atómico es

$$w \geq x + T.$$

Finalmente, la cantidad y de bien público se produce absorbiendo $G(y)$ unidades de recursos primarios y se financia mediante los impuestos, por tanto siendo

$$\int_{\Omega} T f(\theta) d\theta = T F(\theta_{\max})$$

la recaudación fiscal, el equilibrio presupuestario del sector público viene dado por

$$T F(\theta_{\max}) = G(y).$$

Como hemos dicho el equilibrio de Bowen viene dado por la asignación del votante mediano por tanto sea θ_{med} la propensión a consumir el bien público del votante mediano, esto es

$$\theta_{med} : \int^{\theta_{med}} f(\theta) d\theta = \frac{1}{2},$$

la cantidad de bien público elegida por el votante mediano será la que maximice su utilidad, esto es, resolviendo

$$\max x + v(\theta_{med}, y),\ \text{s. a. } w \geq x + T \text{ con } T = \frac{G(y)}{F(\theta_{\max})},$$

y_{med} viene dada por

$$\frac{\partial v(\theta_{med}, y)}{\partial y} F(\theta_{\max}) = G'(y). \tag{3}$$

Es fácil comprobar que, salvo en el caso que $f(\theta)$ sea simétrica, y_{med} no es eficiente en el sentido de Pareto. Para verlo veamos cuál es la asignación eficiente en esta economía continua, esto es resolvamos

$$\max \int_\Omega [x + v(\theta, y)] f(\theta) d\theta \text{ s. a. } \int_\Omega w f(\theta) d\theta \geq \int_\Omega x f(\theta) d\theta + G(y),$$

que teniendo en cuenta (2) y operando, se puede escribir como

$$\max w F(\theta_{\max}) - G(y) + \int_\Omega v(\theta, y) f(\theta) d\theta.$$

La CPO de este problema es

$$\int_\Omega \frac{\partial v(\theta, y)}{\partial y} f(\theta) d\theta = G'(y),$$

que difiere de (3) para funciones de densidad no simétricas.

7 Ejercicios

1) Sea una economía con n individuos y dos bienes, uno privado $x_i \quad i \in I = \{1, 2, ..., n\}$ y un Bien Público Discreto (que toma valores 0 si se dota y 1 si no se dota) con función de costes $C(1) = c$ y $C(0) = 0$. Es decir, llamando s_i a la aportación del individuo iésimo $y = 1$ (se dota el bien público) sii $\sum_{i \in I} s_i \geq c$. Los individuos tienen una dotación inicial de bien privado w_i $i \in I$ y su función de utilidad vienen dada por $u_i(x_i, y)$. En ese caso hallar:

a) la expresión del precio de reserva r_i

b) demostrar que si $r_i \geq s_i$ suministrar el bien público será eficiente en el sentido de Pareto.

c) hallar el equilibrio con suscripción para el caso en que $u_i(x_i, y) = x_i + v(y)$.

2) Sea una economía con n individuos cuyas preferencias entre un bien público y y un bien privado x_i vienen dadas por $u_i(y, x_i) = \theta_i \ln y + \ln x_i$, cada individuo está dotado de w_i unidades del bien privado y $C(y) = y$. Hallar

a) la asignación Pareto-eficiente

b) el equilibrio de Lindahl

c) el equilibrio con suscripción para el caso $n = 2$, $w_i = 1$, $\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 2$.

3) Sea una economía con dos bienes: uno privado x_i (considerado como numerario) y otro público y. Hay dos grupos de individuos: (a) los "tipo 1", formado por 4 miembros con función de utilidad $u_1(x_1, y) = x_1 + \frac{1}{2}\ln y$ y dotación inicial de numerario $w_1 = 3$. (b) los "tipo 2", formado por 6 miembros con función de utilidad $u_2(x_2, y) = x_2 + \frac{2}{3}\ln y$ y dotación inicial de numerario $w_2 = 2$. Finalmente $C(y) = \frac{1}{2}y$. Halle:

A) ¿cuál será la cantidad eficiente de bien público de esta economía?

B) El equilibrio de Lindahl

C) El equilibrio con votación (mayoría simple) donde cada individuo paga 1/10 del coste del bien público (porque hay 10 individuos), ¿qué cantidad de bien público se producirá?

4) Sea una economía con un continuo de individuos dotados con w unidades de recursos iniciales cada uno y cuyas preferencias entre la cantidad y de un bien público y la cantidad x de un bien privado vienen dadas por $u(y, x) = \theta \ln y + x$ (θ es el factor diferenciador de los individuos en el continuo). El bien público se produce absorbiendo una cantidad $C(y) = y$ de recursos iniciales. Hallar la asignación Pareto-eficiente de bien público y el equilibrio de Bowen para los siguientes casos:

A) $\theta \backsim U(0, \theta^*)$.

B) $f(\theta) = \frac{2}{\theta^*}\left(1 - \frac{\theta}{\theta^*}\right)$ para $\theta \in [0, \theta^*]$ y $f(\theta) = 0$ en otro caso

C) $\theta \backsim N(5, 1)$.

D) $f(\theta) = e^{-\theta}$ para $\theta \geq 0$ y $f(\theta) = 0$ en otro caso

Comentar los resultados en relación con el grado de simetría de la distribución.

5) Sea una economía con n individuos, dos bienes privados: ocio y comida y un mal público (basura). (x_i, y_i) representan respectivamente las cantidades de comida y ocio que consume el individuo iésimo y b la cantidad de mal público (basura). Cada individuo está dotado de una cantidad w_i de tiempo que distribuye entre ocio y trabajo. La comida se produce a partir de trabajo mediante una determinada función inversa de producción $C(\sum_{i\in I} x_i)$. La basura se produce a partir del consumo de comida que hacen todos los individuos (residuos); esto es, a través de una tecnología $B(\sum_{i\in I} x_i)$. De esta forma las preferencias del iésimo individuo se pueden representar por una función de utilidad regular

$$u_i(x_i, y_i, b), \text{ donde } b = B(\sum_{i\in I} x_i), \text{ En este caso:}$$

A) Determine la restricción de factibilidad.
B) Caracterice las condiciones de eficiencia paretiana.

6) Sea una economía con n individuos y tres bienes: dos privados, ocio y comida; y uno público, aroma. Las preferencias del individuo iésimo respecto de las cantidades (θ_i, c_i, A) de ocio, comida y aroma respectivamente vienen dadas por

$$u_i(\theta_i, c_i, A) = \theta_i + \alpha_i \ln c_i + \beta_i \ln A;$$

$\alpha_i > 0, \beta_i > 0$. Cada individuo está dotado de una cantidad w_i de tiempo, que es el input primario de nuestra economía, a partir del cual se produce comida, absorbiendo una cantidad $C(c) = c$ de tiempo ($c = \sum_1^n c_i$), y aroma, absorbiendo una cantidad $G(A) = A$ de tiempo. En este caso hallar:
A) La asignación eficiente en el sentido de Pareto.
B) El equilibrio en el cual la comida se asigna en un mercado competitivo y la producción del bien público (aroma) se financia mediante un impuesto proporcional a la renta del trabajo, hallar la tasa fiscal de Ramsey (es decir la que alcanza un óptimo subsidiario).

7) Sea una economía de productores cuya dotación inicial agregada de factor primario es L y que está formada por n empresas competitivas distintas que producen un bien homogéneo a partir de un factor primario y de un insumo público intermedio mediante la función de producción

$$q_i = f_i(l_i, g),$$

donde l_i es la cantidad de trabajo demandada por la iésima empresa y g es la cantidad de insumo público intermedio (igual para todas las empresas) que se produce mediante la función de producción

$$g = G(l_g).$$

En este caso determine:
A) La condición de factibilidad de esta economía.
B) Las condiciones de eficiencia Paretiana (nota: proceda análogamente a como se halla la condición de Bowen-Lindahl-Samuelson en una economía de consumidores con un bien público)