Microeconomía Superior 2
Tema 1: Equidad y justicia

Prof Ramón J. Torregrosa
Universidad de Salamanca

1 Equidad, eficiencia y justicia

Como se vio en el capítulo de intercambio puro se puede definir el conjunto de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto (PE) como aquellos repartos que poseen una propiedad económica relevante: el agotamiento de todas las posibilidades de mejora para los individuos. En el fondo de esta idea subyace el hecho de que no exista desperdicio en la forma de asignar los recursos. Esta cualificación de las asignaciones posee una propiedad importante: la independencia respecto a los juicios de valor. A nadie le repugna la idea de que al repartir un pastel entre los invitados lo hagamos de tal forma que ningun trozo vaya finalmente al cubo de la basura. No obstante eso no quiere decir que dichos invitados estén conformes con la asignación PE. De hecho hay asignaciones PE que pueden resultar inaceptables. En nuestro ejemplo del pastel algún invitado podría quedar descontento si no recibiera ningún trozo mientras todos los demás se empacharon. Por tanto, puede que para una asignación PE algún individuo prefiera la cesta de otro a la suya y por consiguiente un reparto, aunque eficiente, pueda ser criticado por los individuos que participan en dicho reparto. Por tanto la aceptación de la eficiencia por parte de los individuos que participan en el reparto puede ser crucial de cara a su realización. Por esta razón no parece suficiente con describir sólo aquellas asignaciones que posean la propiedad PE, además, estas asignaciones tienen que ser aceptadas por los individuos que participan en el proceso de intercambio.

Para plantear el problema utilizaremos un modelo de intercambio puro con k mercancías (conjunto K) y n individuos (conjunto I). De esta forma una asignación se puede caracterizar como una matriz $x = \{x_{ij}\} \in R_+^{kxn}$ que representa la cantidad total de bienes que se requieren. Para definir estos requerimientos supondremos que cada individuo está caracterizado por preferencias regulares[1] ($\succeq_i$) sobre las cantidades $x_i \in R_+^k$ de bienes, que llamaremos cestas, y cada uno está dotado inicialmente de una cantidad $w_i \in R_+^k$ de éstos. De esta foma, siguiendo nuestra nomenclatura habitual llamaremos economía $\xi = \{\succeq_i, w_i\}_{i \in I}$, y definiremos los siguientes conjuntos.

Definición 1: Conjunto factible $F = \{x \in R_+^{kxn} : x_j \leq w_j, j \in K\}$ donde $x_j = \sum_{i \in I} x_{ij}$ y $w_j = \sum_{i \in I} w_{ij}$. Diremos que x es factible, si $x \in F$.

[1] completas, reflexivas, transitivas, continuas, monótonas y cuasi-convexas.

Definición 2: Conjunto Pareto-eficiente $PE = \{x \in R_+^{kxn} : \nexists x' \in F$ tal que $x'_i \succeq_i x_i \forall i \in I$,con $x'_j \succ_j x_j$ para algún $j \in I\}$. Diremos que x es eficiente, si $x \in PE$.

Ésta es la definición fuerte de eficiencia en el sentido de Pareto que ya vimos en el tema 3 de MS1 y es la que utilizaremos de forma habitual.

Definición 3: Asignación igualitaria La asignación igualitaria es aquella $x \in F$ tal que $x_i = x_s \ \forall i, \ s \in I$.

Por tanto la asignación igualitaria es aquella en la que a todos los individuos les corresponde lo mismo. Llamando $w = (w^1, w^2, ..., w^k)$ al vector que representa la dotación inicial agregada de recursos de la economía, es decir $w^j = \sum_{i \in I} w_{ij}$ para $j \in K$. La asignación inualitaria puede ser definida como $w/n \ \forall i \in I$. Una característica de esta asignación es que en general no es eficiente (ejercicio 1). Basta con tomar cualquier ejemplo sencillo, como una caja de Edgeworth cuadrada con dos individuos Cobb-Douglas distintos, para comprobarlo.

Definición 4: Asignación equitativa Una asignación $x \in F$ es equitativa si $\forall i \in I$, $x_i \succeq_i x_s \ \ s \in I$.

Es decir una asignación factible es equitativa cuando cada individuo prefiere su propia cesta a la cesta de cualquier otro. Llamaremos E al conjunto de las cestas equitativas. Las asignaciones que pertenezcen a E son también llamadas libres de envidia. Con lo que el conjunto de definiciones que estamos viendo generan un sencillo concepto de envidia, es decir, una situación en la que alguien prefiere la cesta de otro a la suya o bien si $x_s \succeq_i x_i$.

De esta definición se derivan un par de sencillas propiedades:

Propiedad 1 Para $x \in PE$ hay al menos algún individuo que no envidia a nadie y algún individuo que no es envidiado por nadie.

La demostración de esta propiedad se deja como ejercicio. (Ayuda: razónelo en una caja de Edgeworth)

Propiedad 2 La asignación igualitaria pertenece al conjunto de las asignaciones equitativas, es decir $w/n \in E$.

La demostración de esta propiedad es trivial dado bajo la asignación igualitaria nadie envidia a nadie, simplemente porque todos poseen la misma cesta.

1.1 Asignaciones equitativas

De las propiedades anteriores se desprende que $E \neq \emptyset$, puesto que al menos $w/n \in E$. A partir de aquí la cuestión es ver si E contiene otras asignaciones distintas de la igualitaria. En el caso de una economía de intercambio puro con dos individuos la caracterización de conjunto E es sencilla, puesto que dada la asignación x_i de un individuo resultará que $x_s = w - x_i$. De esta forma podemos obtener el conjunto de las asignaciones libres de envidia para cada individuo como

$$EF_i = \{x_i \in F : x_i \succeq_i w - x_i\}, \tag{1}$$

mientras que el conjunto de asignaciones Equitativas o libres de envidia de toda la economía vendrá dado por:

$$E = \cap_{i \in I} EF_i \tag{2}$$

Veamos un ejemplo

1.1.1 Ejemplo

Sea una economía con dos bienes y dos individuos con preferencias $u_1(x_1, y_1) = x_1^{1/2} y_1^{1/2}$ y $u_2(x_2, y_2) = x_2^{1/4} y_2^{3/4}$, con dotaciones iniciales $w = (w^x, w^y) = (2, 2)$.

Para este ejemplo la asignación igualitaria para cada individuo es $w/2 = (1, 1)$, y el conjunto de asignaciones factibles, en términos del individuo 1, es

$$F = \{(x_1, y_1) : 0 \leq x_1 \leq 2, 0 \leq y_1 \leq 2\}$$

lo que genera la caja de Edgeworth de la figura 1 donde también se observan los conjuntos EF_i $i = 1, 2$.

Para construir éstos conjuntos tomemos al individuo 1. Dadas sus preferencias y de acuerdo con (1) podemos calcular EF_1 como

$$EF_1 = \{(x_1, y_1) : x_1^{1/2} y_1^{1/2} \geq (2 - x_1)^{1/2} (2 - y_1)^{1/2}, 0 \leq x_1 \leq 2\},$$

que operando y simplificando se puede escribir como

$$EF_1 = \{(x_1, y_1) : y_1 \geq 2 - x_1, 0 \leq x_1 \leq 2\},$$

se observa que la asignación igualitaria $(1, 1) \in EF_1$. Análogamente para el individuo 2,

$$EF_2 = \{(x_2, y_2) : x_2^{1/4} y_2^{3/4} \geq (2 - x_2)^{1/4} (2 - y_2)^{3/4}, 0 \leq x_2 \leq 2\},$$

que operando, simplificando y expresando en términos de la asignación del individuo 1 se puede escribir como

$$EF_2 = \{(x_1, y_1) : y_1 \leq \frac{2(2 - x_1)^{1/3}}{x_1{}^{1/3} + (2 - x_1)^{1/3}}, 0 \leq x_1 \leq 2\},$$

como en el caso anterior aqui también ocurre que $(1, 1) \in EF_2$. Finalmente el conjunto de asignaciones equitativas, de acuerdo con (2) vendrá dado por:

$$E = \{(x_1, y_1) : 2 - x_1 \leq y_1 \leq \frac{2(2 - x_1)^{1/3}}{x_1{}^{1/3} + (2 - x_1)^{1/3}}, 1 \leq x_1 \leq 2\}.$$

La figura 1 representa estos conjuntos de puntos

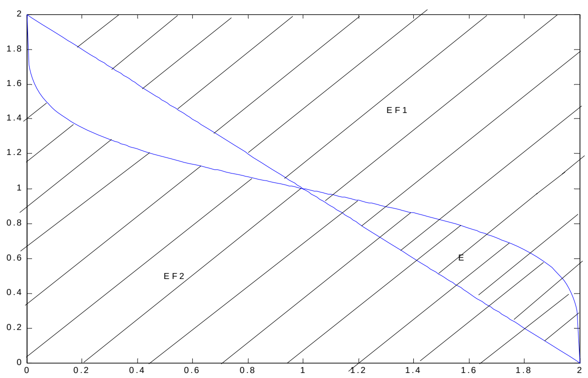

Figure 1: Conjunto de asignaciones equitativas

2 Asignaciones justas[2]

Definición 5: Conjunto de asignaciones justas

$$J \subset F : J = PE \cap E.$$

Por tanto, las asignaciones justas serán aquellas que son simultáneamente eficientes y equitativas. A pesar de la simplicidad que puede tener una definición como la justicia en este contexto, al menos tenemos un criterio sencillo y exácto para cualificar, más allá de la eficiencia, a las asignaciones económicas. Lo interesante de esta conjunto es que se se trata de una cualificación endógena de las asignaciones eficientes. Es decir de un subconjunto de las asignaciones eficientes que es considerado justo por los individuos de la economía. Esta definición nos lleva a una proposición obvia en torno a las asignaciones eficientes y es que, en general, no todas las ellas son justas (basta con tomar aquellas que pertenezcan a PE pero que no pertenezcan a J). Además esta caracterización nos posibilita el cómputo de las asignaciones justas. Encontremos éstas para la economía del ejemplo 1.

2.0.2 Ejemplo

Para hallar el conjunto J para la economía del ejemplo anterior, tenemos que hallar primero el conjuno PE. Que en este caso al ser preferencias Cobb-Douglas basta con igualar la RMS de cada individuo, teniendo en cuenta la factibilidad. Por tanto, el conjunto PE en términos del individuo 1 viene dado por,

$$PE = \{(x_1, y_1) : y_1 = \frac{x_1}{3 - x_1}, 0 \leq x_1 \leq 2\},$$

[2] Foley (1979). *Resourse allocation and the public sector.* Yale Economic Essais.

por lo que, hallando las intersecciones entre el grafo del conjunto PE ($y_1 = \frac{x_1}{3-x_1}$) y los grafos que limitan al conjunto E ($y_1 = 2-x_1$ e $y_1 = \frac{2(2-x_1)^{1/3}}{x_1{}^{1/3}-(2-x_1)^{1/3}}$ respectivamente), obtenemos:

$$J = PE \cap E = \{(x_1, y_1) : y_1 = \frac{x_1}{3-x_1}, 1.2679 \leq x_1 \leq 1.39\}.$$

La figura 2 muestra el los conjuntos PE y J.

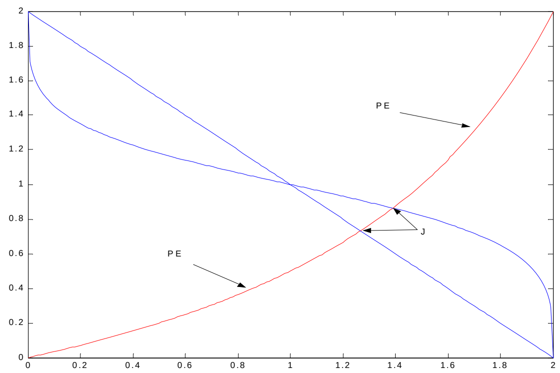

Figure 2: Conjunto de asignaciones justas

3 El precio justo

En esta sección estudiaremos bajo que condiciones el mecanismo de mercado o walrasiano puede implementar asignaciones justas. Nuestras conclusiones constituyen a su vez una prueba de la existencia de asignaciones justas.[3] La proposisión principal de esta sección tiene que ver con la igualdad de oportunidades, ya que es inmediato comprobar que en la economía particular $\xi^{w/n} = \{\succeq_i, w/n\}_{i \in I}$, caracterizada por el hecho de que todos los individuos están dotados inicialmente con la asignación igualitaria, el equilibrio walrasiano implementa una asignación justa.[4] En efecto, si $w_i = w/n \forall i \in I$ entonces dado el precio de equilibrio walrasiano p, cada individuo elegirá su cesta maximizadora $x_i(p)$ lo que implica que que nadie envidiará a nadie, es decir $\forall k, l \in I$ $px_k(p) \geq px_l(p)$ puesto que $x_i(p)$ cumple que $px_i(p) = pw/n, \forall i \in I$. Luego la asignación de equilibrio walrasiano que se obtiene en una economía donde todos los individuos está igualmente dotados ($\xi^{w/n}$) es justa. Este hecho en si mismo es una

[3] vease Barberá (1974). Justicia, Equidad y Eficiencia. Hacienda Pública Española 74.

[4] Es conveniente reflexionar en este punto sobre la idea de Economía del Bienestar y el Segundo Teorema del Bienestar. El mensaje Teórico más importante en este punto se puede resumir en que es posible conseguir asignaciones justas de forma descentralizada mediante el funcionamiento competitivo de los mercados y la igualdad de oportunidades.

prueba de la existencia de asignaciones justas (puesto que hay una prueba de existencia de equilibrio walrasiano). Además el hecho de que los conceptos de Pareto-eficiencia y Equidad no dependen de la dotación inicial de los individuos sino de las preferencias y los recursos totales posibilita que existan equilibrios walrasianos justos para otras economías diferentes de $\xi^{w/n}$ (basta con tomar una economía ξ con iguales preferencias que en $\xi^{w/n}$ pero redistribuyendo las dotaciones iniciales). No obstante hay que decir que no todos los equilibrios walrasianos generarán asignaciones justas, incluso es posible que los equilibrios walrasianos generen asignaciones no equitativas aún cuando las dotaciones iniciales lo sean. Siguiendo con nuestro ejemplo Cobb-Douglas calculemos el equilibrio walrasiano que se obtiene cuando la dotación inicial de los individuos es la igualitaria. Como hemos visto, esto generará una asignación justa, al precio de equilibrio walrasiano asociado con esta asignación de equilibrio lo llamaremos precio justo.

3.0.3 Ejemplo

Para hallar el equilibrio walrasiano justo debemos considerar que cada individuo está dotado inicialmente con la asignación igualitaria esto es $w_i = (1,1), i = 1,2$. Como ambos individuos tienen (diferentes) preferencias Cobb-Douglas homogéneas de grado uno resolvamos el problema general (suprimiendo subíndices y considerando y como numerario),

$$\max u(x,y) = x^{\partial} y^{1-\partial}, s.a : px + y \leq p + 1,$$

las CPO implican que

$$\frac{\partial}{1-\partial}\frac{y}{x} = p \text{ y } px + y = p + 1,$$

de donde obtenemos

$$x(p) = \partial \frac{p+1}{p},$$

basta con sustituir $\partial = \frac{1}{2}$ para el individuo 1 y $\partial = \frac{1}{4}$ para el 2 y resolver la ecuación de equilibrio walrasiano

$$\frac{1}{2}\frac{p+1}{p} + \frac{1}{4}\frac{p+1}{p} = 2,$$

para obtener el precio de equilibrio $p^* = 3/5$. Observe que para este precio la asignación de equilibrio walrasiano, $(x_1(3/5), y_1(3/5)) = (4/3, 4/5)$ y $(x_2(3/5), y_2(3/5)) = (2/3, 6/5)$, pertenece al conjunto J de la figura 2.

4 Ejercicios propuestos

1) Tenemos dos invitados: Alfonso (1) y Maite (2). Para el postre disponemos de 10 buñuelos de coco (x) y 10 chupitos de mistela (y). Las preferencias de

Alfonso son tales que para cualquier par (x_1, y_1) su $RMS_1^{y,x} = -1$. En el caso de Maite para cualquier par (x_2, y_2) su $RMS_2^{y,x} = -2$. En ese caso, hallar las asignaciones, equitativa y justas.

2) Sea una economía de intercambio puro con dos individuos $I = 1, 2$ y dos bienes X,Y. Cada individuo está dotado inicialmente con cinco unidades de cada bien y sus preferencias respecto de las cantidades (x_i, y_i) $I = 1, 2$ de cada bien vienen representadas respectivamente por las funciones de utilidad

$$u_1(x_1, y_1) = x_1 y_1, u_2(x_2, y_2) = 2\sqrt{x_2} + y_2.$$

En ese caso hallar y REPRESENTAR:

A) El conjunto de asignaciones equitativas; B) El conjunto de asignaciones justas; C) El precio de equilibrio walrasiano justo (considere a Y como numerario)

3) responda a las mismas preguntas del ejercicio anterior pero para los individuos cuyas preferencias vienen caracterizadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u_1(x_1, y_1) = y_1 + \frac{1}{2}\ln x_1; u_2(x_2, y_2) = y_2 + \frac{2}{3}\ln x_2$$

4) Responda a las mismas preguntas del ejercicio anterior en el caso en que las dotaciones iniciales de cada bien son 100 unidades y las preferencias de cada individuo respecto de las cantidades (x_i, y_i) $i = 1, 2$ de cada bien vienen representadas respectivamente por las funciones de utilidad:

$$u_1(x_1, y_1) = 6\sqrt{x_1} + y_1, u_2(x_2, y_2) = 10\sqrt{x_2} + y_2.$$

5) Sea una economía con 2 bienes X, Y y dos tipos de individuos cuyas preferencias vienen agregadas mediante las siguientes funciones de utilidad

$$u_1(x_1, y_1) = \sqrt{x_1 y_1}; u_2(x_2, y_2) = x_2^{1/4} y_2^{3/4}.$$

El bien X es el numerario del cual cada individuo posee una dotación inicial de $w_i (i = 1, 2)$ unidades. El bien Y se produce competitivamente a partir del numerario mediante la función de costes $C(y) = y$. En estas circunstancias hallar:

A) el conjunto de asignaciones Pareto-eficientes;

B) el equilibrio walrasiano, ¿para que valores de w_1, w_2 éste es equitativo?

6) Sea una economía de intercambio puro con dos individuos $I = 1, 2$ y dos bienes X, Y. La dotación inicial TOTAL de cada uno de los bienes es $(4, 30)$; las preferencias respecto de las cantidades (x_i, y_i) $I = 1, 2$ de cada bien vienen representadas respectivamente por las funciones de utilidad

$$\begin{aligned} u_1(x_1, y_1) &= 10x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 + y_1, \\ u_2(x_2, y_2) &= \frac{27}{2}x_2 - \frac{3}{4}x_2^2 + y_2. \end{aligned}$$

En ese caso hallar y REPRESENTAR:

A) El conjunto de asignaciones equitativas;

B) El conjunto de asignaciones justas;

C) El precio de equilibrio walrasiano justo (considerando a Y como numerario)

7) Sea una economía con 2 bienes X, Y donde el bien Y es el numerario del cual cada individuo posee una dotación inicial de una unidad. El bien X se produce competitivamente a partir del numerario mediante la función de costes $C(X) = X^2$. Supongamos que hay dos grupos de individuos diferenciados sólo por su participación en los beneficios de la industria. Las preferencias de cada grupo respecto de los bienes es la misma y viene dada por la función de utilidad

$$u_i(x_i, y_i) = \sqrt{x_i} + y_i, i = 1, 2.$$

Llamemos θ a la participación en los beneficios de los individuos del grupo 1 y $1 - \theta$ a la participación en beneficios de los del grupo 2. En estas circunstancias hallar y representar para qué valores de θ el equilibrio walrasiano es equitativo.