Microeconomía Superior 2

Tema 2: El segundo óptimo

Prof. Ramón J. Torregrosa
Universidad de Salamanca

1 Introducción

Hasta ahora sólo hemos tratado con problemas en donde las restricciones que determinan las asignaciones de bienes son de carácter tecnológico y de factibilidad. Sin embargo otro tipo de restricciones pueden operar en la economía, por ejemplo, puede que el funcionamiento de los mercados en sí requiera absorber cierta cantidad de recursos, o que algun tipo de redistribución de la renta se haga necesaria para que la economía funcione, podemos tener restricciones de caracter informacional, etcétera. Cuando tenemos que considerar otro tipo de restricciones más allá de las meramente tecnológicas o de factibilidad decimos que nos enfrentamos a un problema de segundo óptimo.

Para resolver este tipo de problemas hemos de suponer la existencia de otro individuo en la economía que llameremos gobierno. Supondremos que su papel es intervenir en la economía mediante una serie de instrumentos de política económica, en nuestros ejemplos serán impuestos fundamentalmente, y su objetivo es la maximización de bienestar. Por tanto, es necesario formalizar la noción de bienestar mediante una función.

2 La función de bienestar social

Sea una economía con n individuos cuyas preferencias vienen representadas mediante funciones de utilidad $u_i : X \to \mathbb{R}, \forall i \in I = \{1, 2, \dots, n\}.$ Llamaremos función de bienestar social (FBS, en adelante) a la función $W(u) = W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ que agrega las utilidades de los individuos en utilidades sociales. Esta función será el objetivo a maximizar por parte del gobierno. Por tanto, dado un conjunto factible F sobre los recursos y asignaciones $x(\cdot)$ y una serie de instrumentos t el objetivo del gobierno será

$$\max_t W(u) \text{ s. a } x(t) \in F.$$

A este programa lo denominaremos el problema del gobierno benefactor.

2.0.1 Ejemplo: Caracterización del primer óptimo

En el tema de Equilibrio General vimos que la pareto eficiencia se podía obtener resolviendo el siguiente programa

$$\max\ u_s(x_s) \text{ s. a } u_i(x_i) \geq u_i;\ i \in I \qquad \sum_{j\in J} C_j\Big(\sum_{i\in I} x_{ij}\Big) \leq \sum_{i\in I} w_i.$$

Donde C_j representa la tecnología inversa necesaria para producir el bien $x_j = \sum_{i\in I} x_{ij}$ a partir de los recursos. Es fácil demostrar que el mismo resultado se consigue resolviendo el problema del gobierno benefactor, esto es

$$\max W[u_1(x_1), u_2(x_2), ..., u_n(x_n)] \text{ s. a. } \sum_{j\in J} C_j\Big(\sum_{i\in I} x_{ij}\Big) \leq \sum_{i\in I} w_i.$$

En efecto, las $I \times J$ condiciones de primer orden del lagrangiano L cuyo multiplicador es λ son:

$$\frac{\partial L}{\partial x_{ij}} = \frac{\partial W}{\partial u_i}\frac{\partial u_i}{\partial x_{ij}} - \lambda C_j' = 0,$$

que para, por ejemplo, $j = k, l$ se tiene

$$\frac{\partial u_i/\partial x_{ik}}{\partial u_i/\partial x_{il}} = \frac{C_k'}{C_l'}.$$

Esto es las condiciones de primer óptimo para economías diferenciables. Nótese que en este caso el gobierno benefactor no ha tenido más restricciones que la meramente tecnológicas lo que implica que se alcanza el primer óptimo.

2.1 Tipología de la FBS

2.1.1 FBS rawlsiana o maximin

Cuando la utilidad social iguala al valor de la utilidad del individuo con utilidad más baja (Rawls. J. 1971. *A Theory of Justice*), esto es

$$W(u) = \min\{\beta_1 u_1, \beta_2 u_2, ..., \beta_n u_n\},$$

donde si $\beta_i = 1, i = 1, 2, ..., n$ tenemos el habitual caso simétrico.

2.1.2 FBS utilitaria

Cuando cualquier variación en la utilidad de cualquiera de los individuos se traslada en idénticas variaciones de la utilidad social.

$$W(u) = \sum_{i=1}^{n} u_i.$$

Una generalización de esta FBS es la utilitaria generalizada

$$W(u) = \sum_{i=1}^{n} g_i(u_i).$$

3 Impuestos de Ramsey

En 1927 el profesor Frank Ramsey planteó el problema de un gobierno que tenía que recaudar una cantidad R mediante impuestos distorsionantes ¿qué tasas fiscales habría de cobrar para maximizar el bienestar social? Sin duda este es un problema de segundo óptimo dado que aparecen tanto una nueva restricción como un conjunto de instrumentos, los impuestos, sobre los cuales el gobierno benefactor maximiza la FBS. Para resolverlo y explorar sus consecuencias tomemos, sin pérdida de generalidad, el caso más sencillo: una economía con un agente representativo (la FBS será simplemente la utilidad de ese agente) y tres bienes, dos producidos X e Y y el numerario L del cual está dotado el consumidor representativo con la cantidad w. Supondremos que la utilidad de dicho individuo representaivo es cuasilineal en X e Y, esto es $u(x, y, l) = v_x(x) + v_y(y) + l.$ El bien numerario es además el insumo primario de la economía, esto es, los otros dos bienes se producen a partir de él mediante las tecnología inversas $C_x(x) = c_x x$ y $C_y(y) = c_y y.$ Finalmente asumimos que las industrias son competitivas, lo que implica que cobrarán el coste marginal y que, dada la tecnología, los beneficios son nulos. De esta forma el problema que resuelve el consumidor representativo es

$$\max v_x(x) + v_y(y) + l \text{ s. a. } p_x x + p_y y + l \leq m,$$

siendo $x(p_x), y(p_x)$ la funciones de demanda y $V(p_x, p_y)$ la inversa de utilidad.

El gobierno tiene que recaudar la cantidad R mediante impuestos indirectos sobre los bienes producidos (t_x, t_y) de modo que $p_k = c_k + t_k, k = x, y,$ pero buscando la maximización del bienestar. Por consiguiente el problema que resuelve viene dado por

$$\max V(p_x, p_y) \text{ s. a, } t_x x(p_x) + t_y y(p_y) \geq R,$$

cuyas CPO aplicando la identidad de Roy se pueden escribir como

$$\begin{aligned} -x(p_x) + \lambda\left[x(p_x) + t_x \frac{dx}{dp_x}\right] &= 0, \\ -y(p_y) + \lambda\left[y(p_y) + t_y \frac{dy}{dp_y}\right] &= 0, \end{aligned}$$

donde $\lambda < 0.$ Tras unas simples operaciones

$$\begin{aligned} t_x &= \frac{(1-\lambda)}{\lambda} x(p_x) \frac{dp_x}{dx} > 0, \\ t_y &= \frac{(1-\lambda)}{\lambda} y(p_y) \frac{dp_y}{dy} > 0, \end{aligned}$$

que llamando $\beta = -\frac{(1-\lambda)}{\lambda} > 0,$ y teniendo en cuenta el concepto de elasticidad

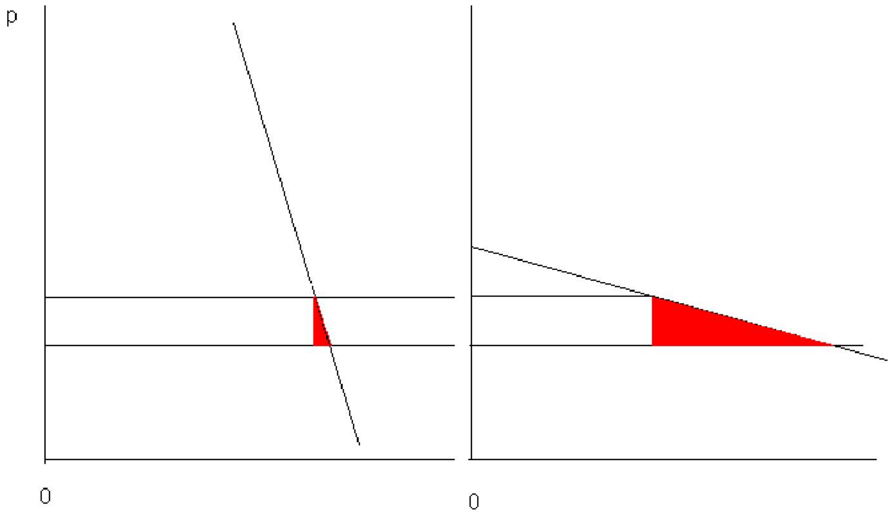

Figure 1:

de la demanda $\varepsilon_z = -\frac{dz}{dp_z}\frac{p_z}{z}$ obtenemos los impuestos óptimos como

$$t_x^* = \frac{\beta c_x}{\varepsilon_x - \beta} > 0;$$
$$t_y^* = \frac{\beta c_y}{\varepsilon_y - \beta} > 0.$$

Esto origina lo que se conoce como la regla de Ramsey: Suponiendo que $c_x = c_x$. El impuesto óptimo ha de ser mayor sobre aquel bien cuya elasticidad de la demanda sea menor. Por ejemplo, si

$$t_x^* > t_y^* \Longrightarrow \varepsilon_x < \varepsilon_y.$$

La explicación de este es que cuanto menos elástica sea la función de demanda la pérdida de excedente neto generada por un impuesto distorsionante será menor

3.1 Ejercicios

1) Sea una economía con tres bienes: comida, bebida y ocio (que es el numerario). Las preferencias de los individuos de esta economía vienen representadas por la función de utilidad agregada

$$u(c;b;l) = 2c - \frac{1}{10}c^2 + 5b - \frac{1}{4}b^2 + l.$$

La dotación inicial agregada de tiempo es de 30 unidades por periodo. Las cantidades c de comida y b de bebida son producidas por sendas industrias competitivas (a partir de la cantidad $30 - o$ de trabajo) con costes marginales/medios constantes iguales a 1 respectivamente. El funcionamiento de las industrias y los mercados supone un coste fijo de 2 unidades de numerario por periodo que son financiadas mediante impuestos a la cantidad sobre el consumo de bebida y de comida. En este caso determinar los impuestos óptimos (de Ramsey) para ambos bienes producidos. ¿Cuál de los dos bienes tendrá una tasa impositiva óptima mayor?, ¿de qué depende esta diferencia?.

2) Sea una economía con tres mercancias $(x; y; z)$ donde x representa el ocio (numerario), z es una mercancía producida competitivamente con rendimientos constantes al precio q(=CMg) e y es una mercancía producida por el sector público mediante la función de costes

$$C(y) = k + cy : y > 0; C(0) = 0.$$

La función de utilidad (bienestar) del consumidor representativo es

$$u(x; y; z) = x + \beta \ln y + \gamma \ln z; \beta > 0; \gamma > 0; \beta + \gamma < w$$

Halle:

a) El equilibrio "precio igual a coste medio".

b) El equilibrio con impuestos al trabajo y a la mercancía producida por la industría que permiten financiar el coste fijo de la mercancía producida por el sector público para cobrarla a su coste marginal ¿Para qué valores de los impuestos este equilibrio se iguala al de "precio igual a coste medio"?

c) Hallar los impuestos de Ramsey para el equilibrio anterior y comentar el resultado en relación al equilibrio "precio igual a coste medio".

2) Sea una economía con dos bienes, ocio (y) y PNB(x), donde las preferencias de la colectividad vienen representadas por la función de utilidad $u(x; y) = xy;$ la dotación inicial de tiempo (destinado para consumir como ocio o para producir el PNB) es de 2 unidades y el coste de producción del PNB es $C(x) = k + x; 0 < k < 1$. Halle:

a) la asignación eficiente en el sentido de Pareto y el bienestar que genera

b) el equilibrio precio igual a coste medio y el bienestar que genera

c) demuestre que el equilibrio con un impuesto sobre la renta equivale al equilibrio precio igual a coste medio.