1 Microeconomía Superior II

1.1 Hoja 1

1) Tenemos dos invitados: Alfonso (1) y Maite (2). Para el postre disponemos de 10 buñuelos de coco (x) y 10 chupitos de mistela (y). Las preferencias de Alfonso son tales que para cualquier par (x_1, y_1) su $RMS_1^{y,x} = -1$. En el caso de Maite para cualquier par (x_2, y_2) su $RMS_2^{y,x} = -2$. En ese caso, hallar las asignaciones, equitativa y justas.

2) Sea una economía de intercambio puro con dos individuos $I = 1, 2$ y dos bienes X,Y. Cada individuo está dotado inicialmente con cinco unidades de cada bien y sus preferencias respecto de las cantidades (x_i, y_i) $I = 1, 2$ de cada bien vienen representadas respectivamente por las funciones de utilidad

$$u_1(x_1, y_1) = x_1 y_1, u_2(x_2, y_2) = 2\sqrt{x_2} + y_2.$$

En ese caso hallar y REPRESENTAR:

A) El conjunto de asignaciones equitativas; B) El conjunto de asignaciones justas; C) El precio de equilibrio walrasiano justo (considere a Y como numerario)

3) responda a las mismas preguntas del ejercicio anterior pero para los individuos cuyas preferencias vienen caracterizadas por las siguientes funciones de utilidad:

$$u_1(x_1, y_1) = y_1 + \frac{1}{2}\ln x_1; u_2(x_2, y_2) = y_2 + \frac{2}{3}\ln x_2$$

4) Responda a las mismas preguntas del ejercicio anterior en el caso en que las dotaciones iniciales de cada bien son 100 unidades y las preferencias de cada individuo respecto de las cantidades (x_i, y_i) $i = 1, 2$ de cada bien vienen representadas respectivamente por las funciones de utilidad:

$$u_1(x_1, y_1) = 6\sqrt{x_1} + y_1, u_2(x_2, y_2) = 10\sqrt{x_2} + y_2.$$

5) Sea una economía con 2 bienes X, Y y dos tipos de individuos cuyas preferencias vienen agregadas mediante las siguientes funciones de utilidad

$$u_1(x_1, y_1) = \sqrt{x_1 y_1}; u_2(x_2, y_2) = x_2^{1/4} y_2^{3/4}.$$

El bien X es el numerario del cual cada individuo posee una dotación inicial de $w_i (i = 1, 2)$ unidades. El bien Y se produce competitivamente a partir del numerario mediante la función de costes $C(y) = y$. En estas circunstancias hallar:

A) el conjunto de asignaciones Pareto-eficientes;

B) el equilibrio walrasiano, ¿para que valores de w_1, w_2 éste es equitativo?

6) Sea una economía de intercambio puro con dos individuos $I = 1, 2$ y dos bienes X, Y. La dotación inicial TOTAL de cada uno de los bienes es

$(4,30)$; las preferencias respecto de las cantidades (x_i, y_i) $I = 1,2$ de cada bien vienen representadas respectivamente por las funciones de utilidad

$$\begin{aligned} u_1(x_1, y_1) &= 10x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 + y_1, \\ u_2(x_2, y_2) &= \frac{27}{2}x_2 - \frac{3}{4}x_2^2 + y_2. \end{aligned}$$

En ese caso hallar y REPRESENTAR:
A) El conjunto de asignaciones equitativas;
B) El conjunto de asignaciones justas;
C) El precio de equilibrio walrasiano justo (considerando a Y como numerario)

7) Sea una economía con 2 bienes X, Y donde el bien Y es el numerario del cual cada individuo posee una dotación inicial de una unidad. El bien X se produce competitivamente a partir del numerario mediante la función de costes $C(X) = X^2$. Supongamos que hay dos grupos de individuos diferenciados sólo por su participación en los beneficios de la industria. Las preferencias de cada grupo respecto de los bienes es la misma y viene dada por la función de utilidad

$$u_i(x_i, y_i) = \sqrt{x_i} + y_i, i = 1,2.$$

Llamemos θ a la participación en los beneficios de los individuos del grupo 1 y $1-\theta$ a la participación en beneficios de los del grupo 2. En estas circunstancias hallar y representar para qué valores de θ el equilibrio walrasiano es equitativo.

1.2 Hoja 2

1) Sea una economía con tres bienes: comida, bebida y ocio (que es el numerario). Las preferencias de los individuos de esta economía vienen representadas por la función de utilidad agregada

$$u(c, b, o) = \frac{1}{3}(\ln c + \ln b + \ln o).$$

La dotación inicial agregada de tiempo es de 300 unidades por periodo. La cantidad c de comida y la cantidad b de bebida es producida por sendas industrias competitivas (a partir de la cantidad $300 - o$ de trabajo) con costes marginales/medios constantes y son respectivamente 3 unidades de numerario para la comida y 5 para la bebida. El funcionamiento de las industrias y los mercados supone un coste fijo de 10 unidades de numerario por periodo que son financiadas mediante impuestos a la cantidad sobre el consumo de bebida y de comida. En este caso determinar los impuestos óptimos (de Ramsey) para ambos bienes producidos. ¿Cuál de los dos bienes tendrá una tasa impositiva óptima mayor?, ¿de qué depende esta diferencia?.

2) Sea una economía con tres mercancias (x, y, z) donde x representa el ocio (numerario), z es una mercancía producida competitivamente con rendimientos constantes al precio q(=CMg) e y es una mercancía producida por el sector público mediante la función de costes

$$C(y) = k + cy : y > 0, C(0) = 0.$$

Las funciones de utilidad de los n consumidores de esta economía son
$u_i(x_i, y_i, z_i) = x_i + \beta_i \ln y_i + \gamma_i \ln z_i; \beta_i > 0, \gamma_i > 0, \beta_i + \gamma_i < w_i, i = 1, 2, ..., n$
Halle:

a) El equilibrio precio igual a coste medio. ¿Es este equilibrio un segundo óptimo?; b) El equilibrio Hotelling-Lerner distorsionante (HLD); c) ¿Para qué valores de los impuestos el equilibrio HLD es segundo óptimo?

3) Una economía con producción, dos individuos (1,2) y dos mercancías (x,y=numerario). Cada individuo está dotado de una unidad de numerario y sus preferencias son respectivamente $u_1(x_1, y_1) = y_1 + \frac{1}{2} \ln x_1$ y $u_2(x_2, y_2) = y_2 + \frac{2}{3} \ln x_2$. La mercancía x se produce con la función de costes $C(x) = 1 + x$. Halle el equilibrio precio igual a coste medio (equilibrio de Coase).

4) Sea una economía con dos bienes, ocio (y) y PNB(x), donde las preferencias de la colectividad vienen representadas por la función de utilidad $u(x, y) = xy$, la dotación inicial de tiempo (destinado para consumir como ocio o para producir el PNB) es de 2 unidades y el coste de producción del PNB es $C(x) = k + x, 0 < k < 1$. Halle:

A) la asignación eficiente en el sentido de Pareto y el bienestar que genera; B) el equilibrio precio igual a coste medio y el bienestar que genera; C) demuestre que el equilibrio con un impuesto sobre la renta equivale al equilibrio precio igual a coste medio.

1.3 Hoja 3

1) Un apicultor situa sus panales próximos a un huerto de peras. Indicamos como x a la cantidad de peras producidas e y la cantidad de miel producida. Suponemos que las empresas son competitivas, que el precio de las peras es 3 euros y el de la miel 2 euros. Los costes del horticultor son $C(x) = \frac{1}{100}x^2 - y$ mientras que los del apicultor son $C(y) = \frac{1}{100}y^2$. Hallar

a) Los niveles de producción asociados al equilibrio walrasiano.

b) Los niveles de producción Pareto-eficientes (maximización conjunta de los beneficios)

c) Demostrar que, para cualquier tasa de descuento, tanto el horticultor como el apicultor salen ganando con la fusión de ambas empresas.

2) La acería y la piscifactoría: la primera en lo alto del río contamina el estuario, donde se encuentra la segunda. La situación se ilustra con las siguientes funciones de costes:

$$C_1(q_1) = q_1^2; \quad C_2(q_2) = \frac{1}{2}q_2^2 + \delta q_1$$

Suponemos que ambas empresas son precio-aceptantes y que los precios de las mercancías 1 (acero) y 2 (pescado) son p_1 y p_2 respectivamente. En esta situación hallar

a) El equilibrio descentralizado (de mercado)

b) El equilibrio internalizado (Pareto-eficiencia) y comparar los beneficios respecto del equilibrio anterior

c) Representar las funciones de oferta de acero en los dos casos anteriores, ¿cómo varía la elasticidad de la curva de oferta cuando se internaliza la externalidad?

d) La solución de Coase cuando los derechos de contaminación se otorgan a la empresa contaminada para los casos en los que dicho mercado de derechos es competitivo y la empresa contaminada actua como monopolista de los derechos.

d) Aplicar el mecanismo de compensación para este ejemplo.

3) Una tienda de ropa y una joyería están situadas en el mismo centro comercial una junto a la otra. Entre ellas se producen externalidades positivas: cada tienda atrae clientes que iban a la tienda vecina. La tienda de ropa gasta x_1 euros en publicidad, mientras que la joyería emplea x_2 euros en el mismo concepto. Los beneficios totales netos en función del gasto en publicidad de cada tienda son respectivamente

$$\pi_1(x_1, x_2) = (60 + x_2)x_1 - 2x_1^2; \quad \pi_2(x_1, x_2) = (105 + x_1)x_2 - 2x_2^2$$

a) Hallar el equilibrio descentralizado

b) Hallar el equilibrio internalizado y comparar los beneficios respecto del equilibrio anterior

c) Suponga que la la dueña de la tienda de ropa conoce la función de beneficios de la joyería y que elige primero su gasto de publicidad, de modo que la joyería es "seguidora", halle el equilibrio en este caso.

4) Un solar urbanizable está situado junto a un aeropuerto. Al promotor inmobiliario le gustaría construir casas en dicho solar, pero es consciente que el ruido de los aviones reduce su valor. Suponga que esta situación es caracterizada por las siguientes funciones de pago para el aeropuesto y el promotor inmobiliario respectivamente, donde x representa el número de aviones e y el número de casas

$$V_A(x, y) = 48x - x^2; \quad V_I(x, y) = 60y - y^2 - xy$$

Hallar:

a) El equilibrio descentralizado

b) El equilibrio internalizado (Pareto-eficiencia) y comparar los beneficios respecto del equilibrio anterior

c) El impuesto pigouviano que restaura la eficiencia

d) Aplicar el mecanismo de compensación para este ejemplo.

1.4 Hoja 4

1) Sea una economía con n individuos y dos bienes, uno privado $x_i \quad i \in I = \{1, 2, ..., n\}$ y un Bien Público Discreto (que toma valores 0 si se dota y 1 si no se dota) con función de costes $C(1) = c$ y $C(0) = 0$. Es decir, llamando s_i a la aportación del individuo iésimo $y = 1$ (se dota el bien público) sii $\sum_{i \in I} s_i \geq c$. Los individuos tienen una dotación inicial de bien privado w_i $i \in I$ y su función de utilidad vienen dada por $u_i(x_i, y)$. En ese caso hallar:

a) la expresión del precio de reserva r_i

b) demostrar que si $r_i \geq s_i$ suministrar el bien público será eficiente en el sentido de Pareto.

c) hallar el equilibrio con suscripción para el caso en que $u_i(x_i, y) = x_i + v(y)$.

2) Sea una economía con n individuos cuyas preferencias entre un bien público y y un bien privado x_i vienen dadas por $u_i(y, x_i) = \theta_i \ln y + \ln x_i$, cada individuo está dotado de w_i unidades del bien privado y $C(y) = y$. Hallar

a) la asignación Pareto-eficiente

b) el equilibrio de Lindahl

c) el equilibrio con suscripción para el caso $n = 2$, $w_i = 1$, $\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 2$.

3) Sea una economía con dos bienes: uno privado x_i (considerado como numerario) y otro público y. Hay dos grupos de individuos: (a) los "tipo 1", formado por 4 miembros con función de utilidad $u_1(x_1, y) = x_1 + \frac{1}{2} \ln y$ y dotación inicial de numerario $w_1 = 3$. (b) los "tipo 2", formado por 6 miembros con función de utilidad $u_2(x_2, y) = x_2 + \frac{2}{3} \ln y$ y dotación inicial de numerario $w_2 = 2$. Finalmente $C(y) = \frac{1}{2}y$. Halle:

A) ¿cuál será la cantidad eficiente de bien público de esta economía?

B) El equilibrio de Lindahl

C) El equilibrio con votación (mayoría simple) donde cada individuo paga 1/10 del coste del bien público (porque hay 10 individuos), ¿qué cantidad de bien público se producirá?

4) En un pueblo de 1000 habitantes se plantea la construcción de una piscina pública, llamemos y al tamaño de ésta en metros cúbicos. Cada individuo está dotado de una unidad de bien privado (dinero) y llamaremos x_i al consumo privado de dicho bien por parte de i. La función de utilidad para el iésimo individuo es $u_i(y, x_i) = x_i + \frac{1}{20}\sqrt{y}$ y el coste de provisión del bien público es $C(y) = y$. En ese caso hallar

a) el tamaño óptimo de la piscina

b) el precio de Lindahl

5) Sea una economía con un continuo de individuos dotados con w unidades de recursos iniciales cada uno y cuyas preferencias entre la cantidad y de un bien público y la cantidad x de un bien privado vienen dadas por $u(y,x) = \theta \ln y + x$ (θ es el factor diferenciador de los individuos en el continuo). El bien público se produce absorbiendo una cantidad $C(y) = y$ de recursos iniciales. Hallar la asignación Pareto-eficiente de bien público y el equilibrio de Bowen para los siguientes casos:

A) $\theta \backsim U(0, \theta^*)$.

B) $f(\theta) = \frac{2}{\theta^*}\left(1 - \frac{\theta}{\theta^*}\right)$ para $\theta \in [0, \theta^*]$ y $f(\theta) = 0$ en otro caso

C) $\theta \backsim N(5, 1)$.

D) $f(\theta) = e^{-\theta}$ para $\theta \geq 0$ y $f(\theta) = 0$ en otro caso

Comentar los resultados en relación con el grado de simetría de la distribución.

6) Sea una economía con n individuos, dos bienes privados: ocio y comida y un mal público (basura). (x_i, y_i) representan respectivamente las cantidades de comida y ocio que consume el individuo iésimo y b la cantidad de mal público (basura). Cada individuo está dotado de una cantidad w_i de tiempo que distribuye entre ocio y trabajo. La comida se produce a partir de trabajo mediante una determinada función inversa de producción $C(\sum_{i \in I} x_i)$. La basura se produce a partir del consumo de comida que hacen todos los individuos (residuos); esto es, a través de una tecnología $B(\sum_{i \in I} x_i)$. De esta forma las preferencias del iésimo individuo se pueden representar por una función de utilidad regular

$$u_i(x_i, y_i, b), \text{ donde } b = B(\sum_{i \in I} x_i), \text{ En este caso:}$$

A) Determine la restricción de factibilidad.

B) Caracterice las condiciones de eficiencia paretiana.

7) Sea una economía con n individuos y tres bienes: dos privados, ocio y comida; y uno público, aroma. Las preferencias del individuo iésimo respecto de las cantidades (θ_i, c_i, A) de ocio, comida y aroma respectivamente vienen dadas por

$$u_i(\theta_i, c_i, A) = \theta_i + \alpha_i \ln c_i + \beta_i \ln A;$$

$\alpha_i > 0, \beta_i > 0$. Cada individuo está dotado de una cantidad w_i de tiempo, que es el input primario de nuestra economía, a partir del cual se produce comida, absorbiendo una cantidad $C(c) = c$ de tiempo ($c = \sum_1^n c_i$), y aroma, absorbiendo una cantidad $G(A) = A$ de tiempo. En este caso hallar:

A) La asignación eficiente en el sentido de Pareto.

B) El equilibrio en el cual la comida se asigna en un mercado competitivo y la producción del bien público (aroma) se financia mediante un impuesto proporcional a la renta del trabajo, hallar la tasa fiscal de Ramsey (es decir la que alcanza un óptimo subsidiario).

8) Sea una economía de productores cuya dotación inicial agregada de factor primario es L y que está formada por n empresas competitivas distintas que

producen un bien homogéneo a partir de un factor primario y de un insumo público intermedio mediante la función de producción

$$q_i = f_i(l_i, g),$$

donde l_i es la cantidad de trabajo demandada por la iésima empresa y g es la cantidad de insumo público intermedio (igual para todas las empresas) que se produce mediante la función de producción

$$g = G(l_g).$$

En este caso determine:

A) La condición de factibilidad de esta economía.

B) Las condiciones de eficiencia Paretiana (nota: proceda análogamente a como se halla la condición de Bowen-Lindahl-Samuelson en una economía de consumidores con un bien público)